Distribuição amostral dos estimadores

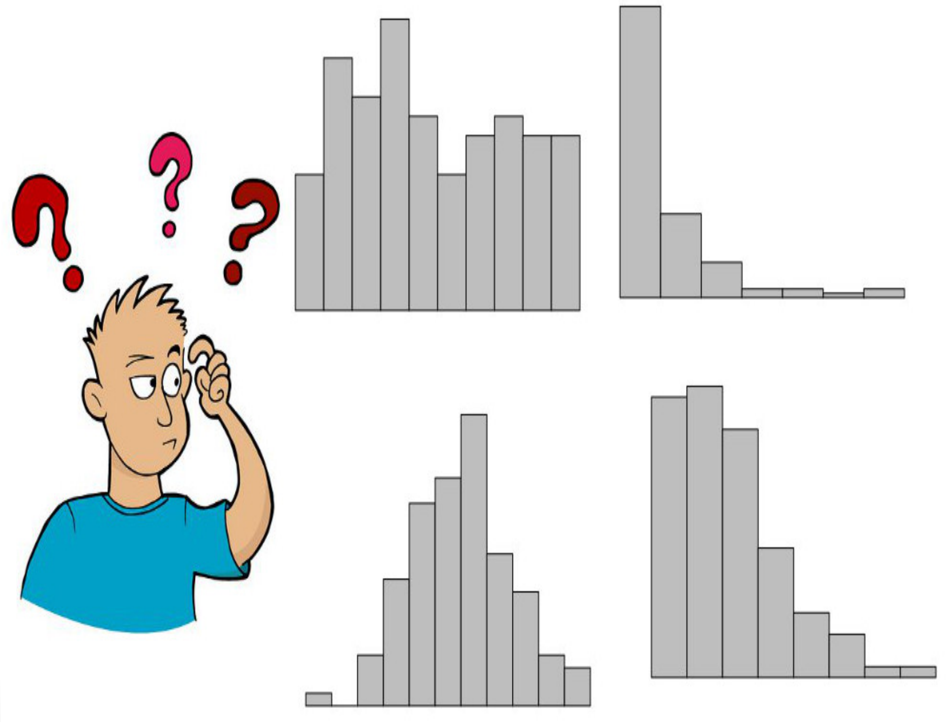
Universidade Estadual de Santa Cruz

Ivan Bezerra Allaman

Cronograma

Introdução

- A **distribuição amostral** de um estimador é a distribuição dos possíveis valores desse estimador, *se examinássemos todas as possíveis amostras de tamanho n* extraídas aleatoriamente de uma população.

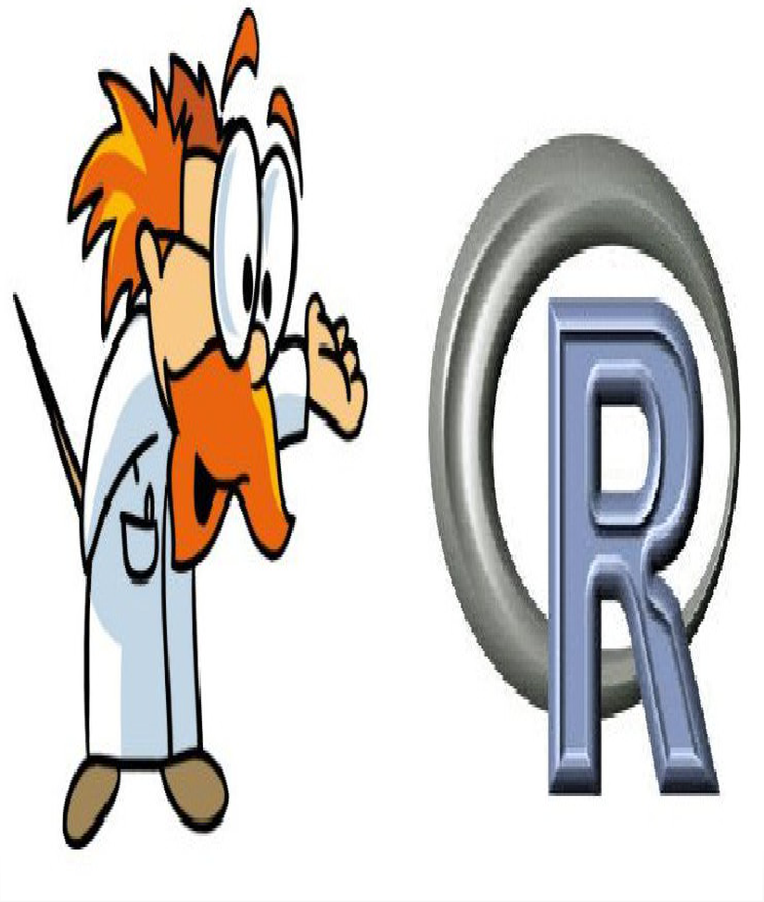


Distribuição amostral da média ($\bar{X}$)

- Se extraíssemos todas as possíveis amostras de tamanho n de uma população e calculássemos a média de cada amostra, qual seria a distribuição dessas estimativas?

- Ver simulação no site http://nbcgib.uesc.br/lec/avale-es/amb-virtual/inferencia/dist-amostral.

- Uma vez que descobrimos como é distribuído a média amostral, precisamos saber quais são os seus parâmetros.



Logo, podemos concluir que os estimador $\bar{X}$ tem distribuição normal com média igual a da população (μ) e variância igual a variância da população dividida pelo tamanho amostral (σ^2/n). Simbolicamente,

$$\bar{X} \sim N\left(\mu, \frac{\sigma^2}{n}\right)$$

Aplicação

1. O diâmetro interno de um anel de pistão selecionado aleatoriamente é uma variável aleatória com valor médio de 12 cm e desvio padrão de 0,04 cm.

   a. Se $\bar{X}$ é o diâmetro médio para uma amostra aleatória de $n = 16$ anéis, em que a distribuição amostral de $\bar{X}$ está centralizada, qual é o desvio padrão da distribuição de $\bar{X}$?

      Sabemos que $\bar{X}$ é uma variável aleatória que tem distribuição normal e cujo o desvio padrão é $\sigma_{\bar{X}} = \sigma/\sqrt{n} = 0,04/\sqrt{16} = 0,01$.

b. Responda as questões propostas no item (a) para um tamanho de amostra de $n = 64$ anéis.

Seguindo o mesmo raciocínio tem-se: $\sigma_{\bar{X}} = \sigma/\sqrt{n} = 0,04/\sqrt{64} = 0,005$.

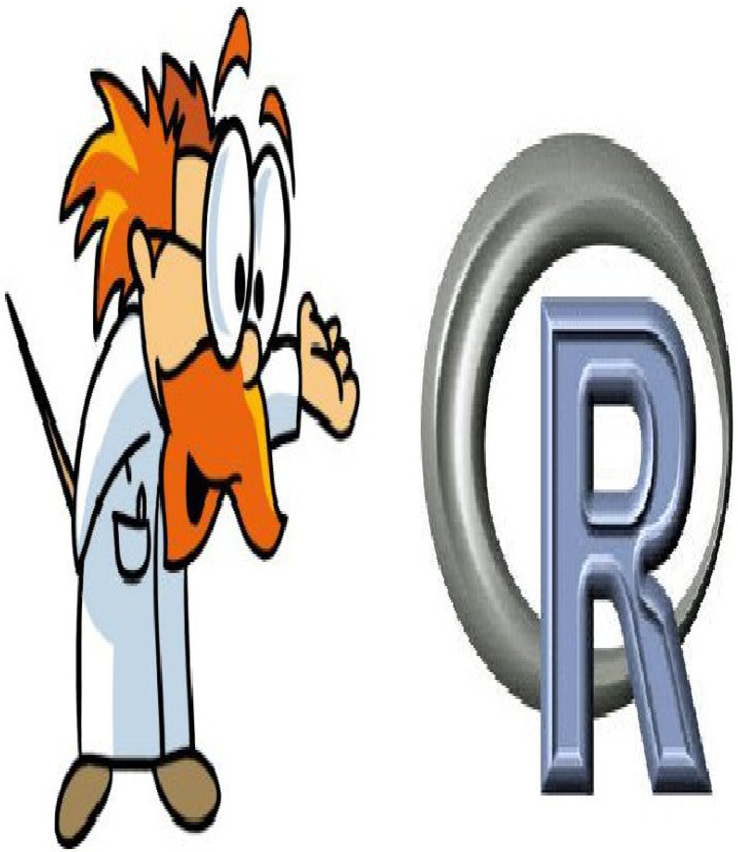
c. Para qual das duas amostras aleatórias, a do item (a) ou a do item (b), $\bar{X}$ é mais provável de estar dentro de 0,01cm de 12 cm? Explique seu raciocínio.

Vimos que a medida que o tamanho a amostra cresce, a distribuição amostral da $\bar{X}$ tende a se concentrar ao redor do verdadeiro parâmetro que neste caso é 12 cm. Logo, a amostra do item (b) é mais provável.

Distribuição amostral da proporção (p)

- A mesma pergunta que fizemos para o estimador $\bar{X}$ cabe também para o estimador p.
- Ver simulação no site http://nbcgib.uesc.br/lec/avale-es/amb-virtual/inferencia/dist-amostral.

Vamos descobrir quais são os parâmetros do estimador.



Logo, podemos concluir que os estimador p tem distribuição aproximadamente normal com média igual a da população (π) e variância igual a variância da população dividida pelo tamanho amostral ($(\pi(1-\pi))/n$). Simbolicamente,

$$p \cong N\left(\pi, \frac{\pi(1-\pi)}{n}\right)$$

Aplicação

1. Uma firma de pesquisa de mercado realiza pesquisas telefônicas com um índice histórico de 40% de respostas. Qual é a probabilidade de, em uma nova amostra de 400 números telefônicos, pelo menos 150 pessoas colaborarem e responderem às perguntas? Em outras palavras qual é a probabilidade de a proporção da amostra ser de, pelo menos, $150/400 = 0,375$?

   Sabemos que a distribuição amostral de p é aproximadamente normal. Então neste caso, $E(p) = 0,4$ e $\sigma_p = \sqrt{0,4 \cdot 0,6/400} = 0,0244$. Considerando a distribuição normal e utilizando um aplicativo de sua preferência tem-se:

$$P(p > 0,375) = 0,8472.$$

Teorema do limite central

- E se a população não tiver distribuição normal, qual a distribuição amostral de $\bar{X}$?
- Segundo o *teorema do limite central*, $\bar{X}$ terá distribuição aproximadamente normal como podemos observar na simulação no seguinte endereço: http://nbcgib.uesc.br/lec/avale-es/amb-virtual/inferencia/dist-amostral.