



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE SANTA CRUZ

Departamento de Ciências Agrárias e Ambientais – DCAA

Disciplina: Metodologia e Estatística Experimental

EXPERIMENTOS FATORIAIS

Docente: José Cláudio Faria

Discentes: Beatriz Seibert, Daniel Dórea e Sônia Santos

2022.1

INTRODUÇÃO

- **Experimentos simples:**

Tratamentos compostos por um fator.

Ex: Cultivares, doses de produtos, etc;

- **Experimentos fatoriais:**

Tratamentos compostos por uma combinação de fatores (qualitativos e quantitativos).

Ex: Combinação dos cultivares + adubação;

EXPERIMENTOS FATORIAIS

- Não constituem um delineamento, são formas de montar e analisar experimentos;
- Podem ser executados em qualquer um dos delineamentos (DIC, DBC, DQL, etc);
- Nesse tipo de análise, são estudados simultaneamente dois ou mais fatores. São mais eficientes do que os experimentos simples, com um só conjunto de tratamentos, permitindo retirar conclusões mais abrangentes;

EXPERIMENTOS FATORIAIS

- Têm como objetivo principal, reconhecer como diversos fatores influenciam simultaneamente uma determinada variável e sua interação.

DEFINIÇÕES

- **Tratamentos** – São as combinações dos níveis dos fatores;
- **Níveis** – São as subdivisões dos fatores (quantidade e qualidade);
- **Fatores** – São as fontes de variação reconhecidas, por exemplo:
Como uma planta de milho cresce em função de diferentes quantidades de N e P?

ESQUEMA FATORIAL

- Forma de organizar os níveis de fatores que compõem o tratamento;
- Experimentos que levam em consideração 2 ou mais fatores de forma simultânea;
- Possui como objetivo principal conhecer como diversos fatores influenciam simultaneamente uma determinada variável.

ESQUEMA FATORIAL

Assim, em um experimento com dois fatores A e B, onde o fator A tem 3 níveis (a_1, \dots, a_3) e o fator B tem 4 níveis (b_1, \dots, b_4), teremos, então, um fatorial 4×3 e os tratamentos, resultantes de todas as combinações possíveis, são:

$a_1 b_1$	$a_1 b_2$	$a_1 b_3$	$a_1 b_4$
$a_2 b_1$	$a_2 b_2$	$a_2 b_3$	$a_2 b_4$
$a_3 b_1$	$a_3 b_2$	$a_3 b_3$	$a_3 b_4$

SIMBOLOGIA

Genótipos de laranja

3

x

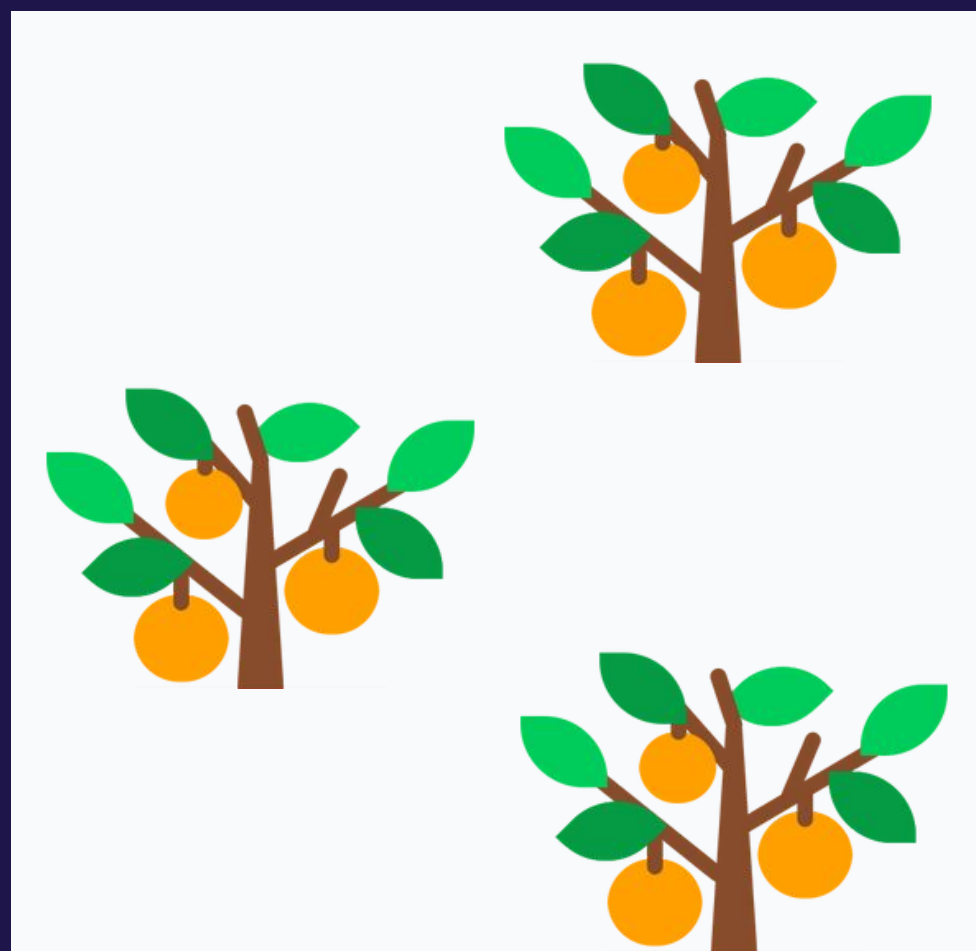
Espaçamento

2

x

Doses de Nitrogênio

5



NOTAÇÃO GENÉRICA

(Nível) fatores

Exemplo: 3^4

3 níveis e 4 fatores

$3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$ tratamentos

NOTAÇÃO GENÉRICA

Exemplos de notação:

- $3^1 \times 2^2$ – 3 fatores:

3 níveis de um fator

2 níveis de dois fatores – totalizando 12 tratamentos.

- $4^2 \times 3^2$ – 4 fatores

4 níveis de dois fatores

3 níveis de três fatores – totalizando 144 tratamentos.

- $4^1 \times 2^4$ – 5 fatores:

4 níveis de um fator

2 níveis de quatro fatores – totalizando 64 tratamentos.

COMPARATIVO

VANTAGEM

Sistema muito eficiente

DESVANTAGENS

Análise estatística mais trabalhosa

Grande número de tratamentos

CLASSIFICAÇÃO DOS EFEITOS

- **Efeito simples** – As respostas de um fator não são similares para todos os níveis do outro fator;
- **Efeito principal** – É o efeito de cada fator independentemente da influência de outros fatores;
- **Efeito da interação** – Efeito simultâneo dos fatores sobre a variável observada. Ocorre interação quando a resposta, ou efeitos, dos níveis de um fator são modificados pelos níveis do(s) outro(s) fator(es).

EFEITO SIMPLES DE UM FATOR

Exemplo: considerando um fatorial 2x2, com os fatores: Adubação (A) e Calcário (C):

•Adubação:

A_0 = sem adubo

A_1 = com adubo

•Calcário:

C_0 = sem calcário

C_1 = com calcário

A_0C_0 : sem adubo, sem calcário = 14

A_0C_1 : sem adubo, com calcário = 23

A_1C_0 : com adubo, sem calcário = 32

A_1C_1 : com adubo, com calcário = 53

	C_0	C_1	Totais de A
A_0	14	23	37
A_1	32	53	85
Totais de C	46	76	122

EFEITO SIMPLES DE UM FATOR

	C ₀	C ₁	Totais de A
A ₀	14	23	37
A ₁	32	53	85
Totais de C	46	76	122

Efeito simples de Adubo na ausência de Calcário:

$$\text{A d. } C_0 = A_1 C_0 - A_0 C_0 = 32 - 14 = 18$$

Efeito simples de Calcário na ausência de Adubo:

$$\text{C d. } A_0 = A_0 C_1 - A_0 C_0 = 23 - 14 = 9$$

Efeito simples de Adubo na presença de Calcário:

$$\text{A d. } C_1 = A_1 C_1 - A_0 C_1 = 53 - 23 = 30$$

Efeito simples de Calcário na presença de Adubo:

$$\text{C d. } A_1 = A_1 C_1 - A_1 C_0 = 53 - 32 = 21$$

EFEITO PRINCIPAL DE UM FATOR

$$\text{Efeito principal de A} = \frac{Ad.C_0 + Ad.C_1}{2} = \frac{18 + 30}{2} = 24$$

$$\text{Efeito principal de C} = \frac{Cd.A_0 + Cd.A_1}{2} = \frac{9 + 21}{2} = 15$$

EFEITO DA INTERAÇÃO

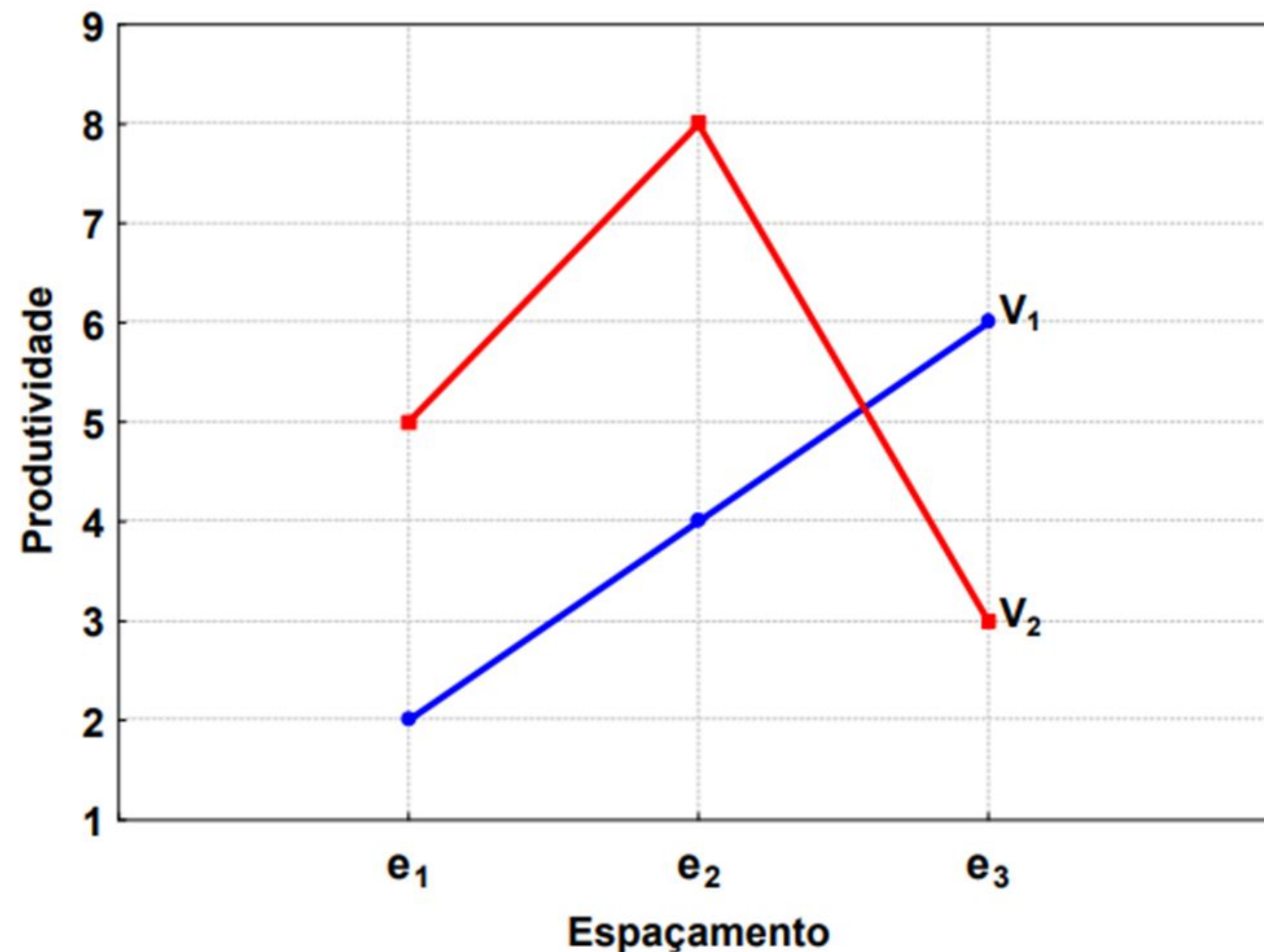
$$\text{Efeito da interação A x C} = \frac{Ad.C_1 - Ad.C_0}{2} = \frac{30 - 18}{2} = 6$$

$$\text{Efeito da interação C x A} = \frac{Cd.A_1 - Cd.A_0}{2} = \frac{21 - 9}{2} = 6$$

INTERAÇÃO

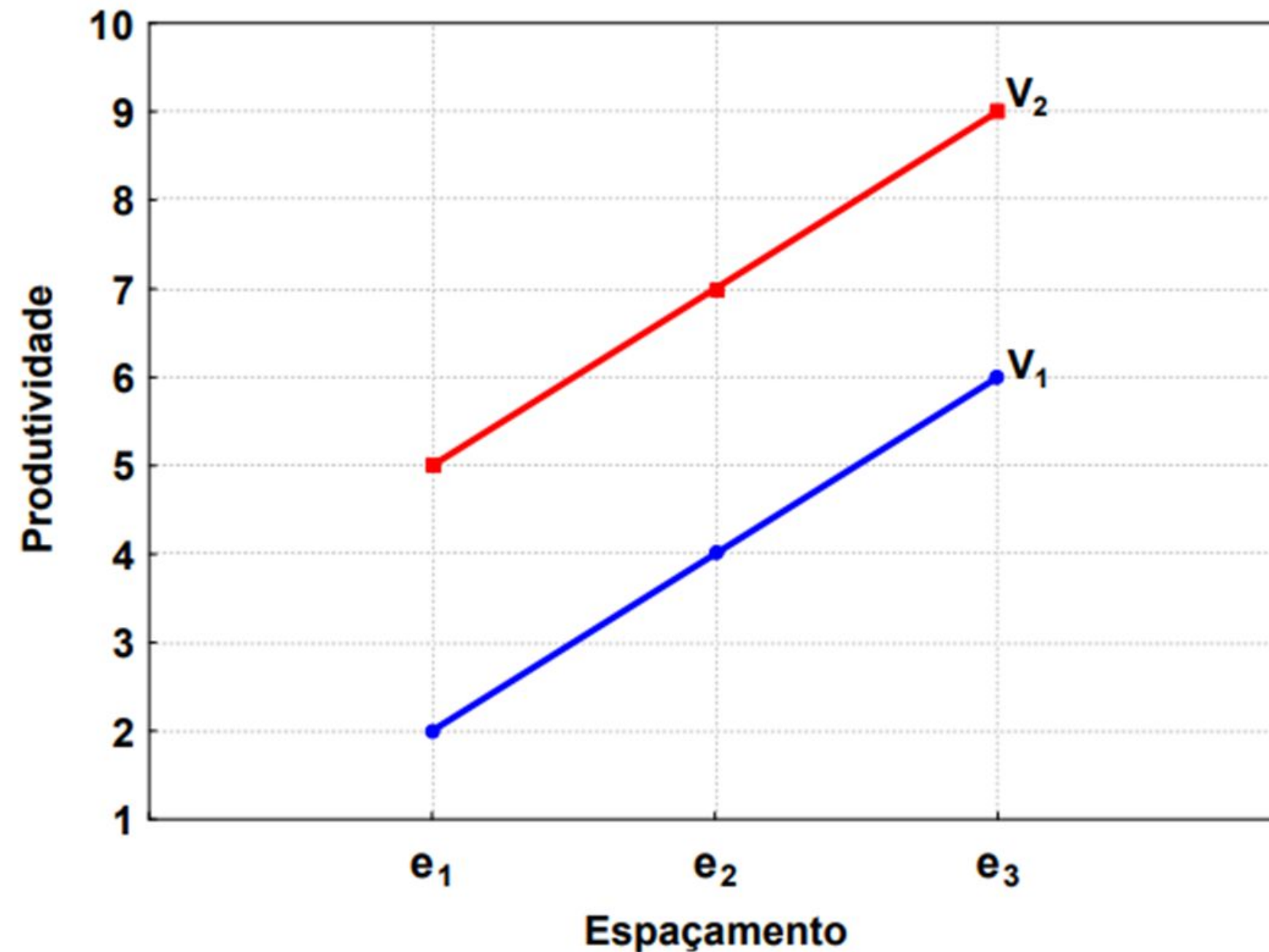
- Uma das principais informações que se pode obter nos experimentos fatoriais é o estudo da interação entre os fatores, isto é, ocorre interação entre os fatores quando os efeitos dos níveis de um fator são modificados pelos níveis de outro(s);
- Na análise de dados de um experimento fatorial, para qualquer delineamento utilizado, deve-se sempre proceder inicialmente o teste F para a interação entre os fatores;
- A interação pode ser significativa ou não significativa.

INTERAÇÃO SIGNIFICATIVA



O experimento pode ter interação significativa quando não tem o mesmo comportamento dos níveis de um fator em detrimento ao nível de outro fator.

INTERAÇÃO NÃO SIGNIFICATIVA



O experimento pode ter interação não significativa quando tem o mesmo comportamento dos níveis de um fator em detrimento ao nível de outro fator.

MODELO ESTATÍSTICO NO DIC

$$Y_{ijk} = m + \alpha_i + \beta_j + (\alpha\beta)_{ij} + e_{ijk}$$

Y_{ijk} = observação relativa ao nível do fator A e ao nível do fator B na repetição k

m = média geral

α_i = efeito do fator A

β_j = efeito do fator B

$\alpha\beta_{ij}$ = efeito da interação entre o fator A e o fator B

e_{ijk} = erro aleatório associado à observação Y_{ijk}

EXPERIMENTOS FATORIAIS EM DIC SEM INTERAÇÃO SIGNIFICATIVA

Em um experimento é avaliado o número de insetos em 3 cultivares de tomate com dois manejos de desbrota.

O experimento foi conduzido no delineamento inteiramente casualizado com 4 repetições;

- **Perguntas a serem respondidas:**
- Há cultivares mais afetadas pelos insetos?
- Há manejos que possibilitam menor número de insetos;
- Há um comportamento diferencial das cultivares em função dos manejos em relação ao número de insetos?

EXPERIMENTOS FATORIAIS EM DIC

Fator A	Fator B	Repetições				Soma
		1	2	3	4	
Cultivar 1	Manejo 1	81	73	79	84	317
Cultivar 2	Manejo 1	93	92	94	88	367
Cultivar 3	Manejo 1	77	77	67	69	290
Cultivar 1	Manejo 2	35	45	39	45	164
Cultivar 2	Manejo 2	52	56	46	47	201
Cultivar 3	Manejo 2	33	33	37	33	136
Total						1475

$$C = \frac{(1475)^2}{24} = 90651,04$$

$$SQ_{tratamento} = \frac{317^2 + 367^2 + \dots + 136^2}{4} - C = 10616$$

Causa da variação	GL	SQD	QMD	FCAL
Tratamentos	5	10616		
A	2	1281	640,8	36,4
B	1	9322	9322	528,9
AXB	2	13,1	6,5	0,37
Resíduo	18	317,3	17,6	
Total	23	10934		

$$SQ_{total} = \frac{81^2 + 73^2 + \dots + 33^2}{1} - C = 10934$$

EXPERIMENTOS FATORIAIS EM DIC

Fator A	Soma
Cultivar 1	481
Cultivar 2	568
Cultivar 3	426
Total	1475

Fator B	Soma
Manejo 1	974
Manejo 2	501
Total	1475

$$SQA = \frac{481^2 + 568^2 + 426^2}{8} - C = 1281$$

$$SQB = \frac{974^2 + 501^2}{12} - C$$

Causa da variação	GL	SQD	QMD	FCAL
Tratamentos	5	10616		
A	2	1281	640,8	36,4
B	1	9322	9322	528,9
AXB	2	13,1	6,5	0,37
Resíduo	18	317,3	17,6	
Total	23	10934		

$$SQAXB = SQ_{trat} - SQA - SQB$$

EXPERIMENTOS FATORIAIS EM DIC

Causa da variação	GL	SQD	QMD	Fcal	Ftab
Tratamentos	5	10616			
A	2	1281	640,8	36,4	3,5
B	1	9322	9322	528,9	4,41
AXB	2	13,1	6,5	0,37	3,55
Resíduo	18	317,3	17,6		
Total	23	10934			

($\alpha = 5\%$)

Teste de hipóteses:

H_0 : Não há diferença entre as cultivares em relação ao número de insetos.

H_a : Pelo menos uma cultivar difere das demais em relação ao número de insetos.

rejeita

H_0 : Não há diferença entre os manejos em relação ao número de insetos.

H_a : O manejo influencia no número de insetos.

rejeita

H_0 : Não há interação entre cultivares e os manejos para o número de insetos.

H_a : Há interação entre as cultivares e os manejos para o número de insetos.

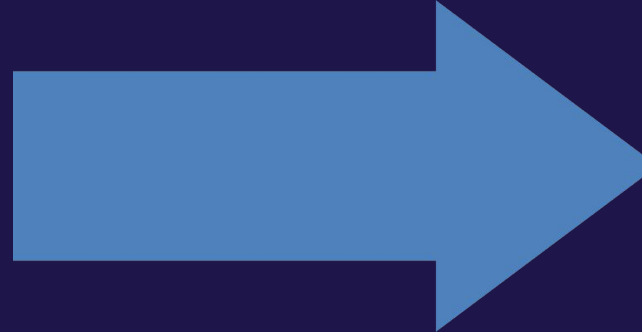
aceita

CONCLUSÃO

- Não existe interação entre as cultivares e os manejos. Isto significa que o comportamento de um fator não depende ou não é influenciado pelos níveis do outro fator, sendo portanto independentes. Neste caso os fatores podem ser estudados isoladamente.

TESTE DE TUKEY APLICADO PARA O FATOR A (CULTIVARES)

Fator A	Media
Cultivar 1	60,13
Cultivar 2	71,00
Cultivar 3	53,25



Fator A	Media
Cultivar 2	71,00
Cultivar 1	60,13
Cultivar 3	53,25

$$DMS = q(\alpha, n^{\circ} \text{ medias}, GL_{\text{residuo}}) \sqrt{\frac{QM_{\text{res}}}{n^{\circ} \text{ rep}}}$$



$$DMS = 3,61 \sqrt{\frac{17,6}{8}} = 5,35$$

$$C_2 - C_1 = 10,87 > DMS$$

$$C_1 - C_3 = 6,88 > DMS$$

$$C_2 - C_3 = 17,75 > DMS$$

Fator A	Media
Cultivar 2	71,00
Cultivar 1	60,13
Cultivar 3	53,25

a

b

c

TESTE DE TUKEY APLICADO PARA O FATOR B (MANEJO)

Fator B	Média
Manejo 1	81,17
Manejo 2	68,42

$$DMS = 2,97 \sqrt{\frac{17,6}{12}} = 3,60$$

$$M_1 - M_2 = 12,75 > DMS$$

Fator B	Média
Manejo 1	81,17
Manejo 2	68,42

a

b

DBC (DELINEAMENTO DE BLOCOS AO ACASO)

O delineamento em blocos casualizado (DBC) envolve os três princípios da experimentação:

- Repetição;
- Casualização;
- Controle local;

Neste caso, as condições locais não são homogêneas e podem ter efeito significativo sobre os tratamentos.

MODELO ESTATÍSTICO NO DBC

$$Y_{ijk} = m + \alpha_i + \beta_j + (\alpha\beta)_{ij} + b_k + e_{ijk}$$

Y_{ijk} = é o valor observado para a variável de resposta referente a k-ésima repetição da combinação do i-ésimo nível do fator A com o j-ésimo nível do fator B

m = é a média de todos os valores possíveis da variável de resposta

α_i = é o efeito do i-ésimo nível do fator A no valor observado Y_{ijk}

β_j = é o efeito do j-ésimo nível do fator B no valor observado Y_{ijk}

$(\alpha\beta)_{ij}$ = é o efeito da interação do i-ésimo nível do fator A com o j-ésimo nível do fator B

b_k = é o efeito do bloco k no valor observado Y_{ijk}

e_{ij} = é o erro experimental associado ao valor observado Y_{ijk}

EXPERIMENTO FATORIAL EM DBC COM INTERAÇÃO

Exemplo:

Em um experimento são avaliados 3 cultivares de milho e a sua resposta a 4 tipos de manejos.

O experimento foi conduzido pelo delineamento em blocos casualizados com 3 repetições para cada tratamento contida em 3 blocos.

EXPERIMENTO FATORIAL EM DBC COM INTERAÇÃO

H_0 : Não há interação entre cultivares e os manejos para a produtividade.

H_a : Há interação entre as cultivares e os manejos para a produtividade.

H_0 : Não há diferença entre as cultivares quanto a produtividade.

H_a : Pelo menos uma cultivar difere das demais em relação à produtividade.

H_0 : Não há diferença entre os manejos em relação a produtividade.

H_a : O manejo influencia na produtividade.

Teste de hipóteses

Causa de variação	GL	SQD	QMD	F_{cal}	Pr
Tratamento	(11)	7495,0			
A	2	1686,7	843,25	56,81	<0.001
B	3	2244,8	748,25	50,40	<0.001
AxB	6	3563,5	593,92	40,01	<0.001
Bloco	2	722,7	361,36	24,34	<0.001
Resíduo	22	326,6	14,85		
Total	35	10.934			

CONCLUSÃO

Para todas as hipóteses H_0 não é aceito já que existe interação entre as cultivares e os manejos. Isto significa que o comportamento de um fator depende e/ou é influenciado pelos níveis do outro fator, sendo portanto dependentes.

EXPERIMENTO FATORIAL EM DBC COM INTERAÇÃO

Fator A	Fator B	Bloco			Soma
		1	2	3	
Cultura 1	Manejo 1	66	64	76	206
Cultura 1	Manejo 2	70	67	83	220
Cultura 1	Manejo 3	63	61	69	193
Cultura 1	Manejo4	57	60	71	188
Cultura 2	Manejo 1	68	59	78	205
Cultura 2	Manejo 2	74	80	90	244
Cultura 2	Manejo 3	76	80	87	243
Cultura 2	Manejo 4	92	100	108	300
Cultura 3	Manejo 1	68	69	73	210
Cultura 3	Manejo 2	112	112	113	337
Cultura 3	Manejo 3	70	60	71	201
Cultura 3	Manejo 4	75	66	79	220
Total					2767

$$C = (2767)^2 / 36 = 212.674,69$$

$$SQ_{tratamento} = \frac{206^2 + 220^2 + \dots + 220^2}{3} - C = 7495,0$$

$$SQ_{bloco} = \frac{891^2 + 897^2 + 998^2}{12} - C = 722,7$$

$$SQ_{total} = \frac{66^2 + 64^2 + \dots + 79^2}{1} - C = 10.934,0$$

Causa de variação	GL	SQD	QMD	F _{cal}	Pr
Tratamento	(11)	7495,0			
A	2	1686,7	843,25	56,81	<0.001
B	3	2244,8	748,25	50,40	<0.001
AxB	6	3563,5	593,92	40,01	<0.001
Bloco	2	722,7	361,36	24,34	<0.001
Resíduo	22	326,6	14,85		
Total	35	10.934			

EXPERIMENTO FATORIAL EM DBC COM INTERAÇÃO

Fator A	Soma
Cultura 1	807
Cultura 2	992
Cultura 3	968
Total	2767

Fator B	Soma
Manejo 1	621
Manejo2	801
Manejo 3	637
Manejo 4	708
Total	2767

$$C = (2767)^2 / 36 = 212.674,69$$

$$SQA = \frac{807^2 + 992^2 + 968^2}{12} - C = 1686,7$$

$$SQB = \frac{621^2 + 801^2 + 637^2 + 708^2}{9} - C = 2244,8$$

$$SQ_{total} = \frac{66^2 + 64^2 + \dots + 79^2}{1} - C$$

Causa de variação	GL	SQD	QMD	F _{cal}	Pr
Tratamento	(11)	7495,0			
A	2	1686,7	843,25	56,81	<0.001
B	3	2244,8	748,25	50,40	<0.001
AxB	6	3563,5	593,92	40,01	<0.001
Bloco	2	722,7	361,36	24,34	<0.001
Resíduo	22	326,6	14,85		
Total	35	10.934			

DESDOBRAMENTO DE A DENTRO DE B

Tabela de dupla entrada com totais de tratamento

Cultivar	Manejo			
	1	2	3	4
1	206	220	193	188
2	205	244	243	300
3	210	337	201	220

FV	GL	SQD	QMD	F _{cal}	Pr
A/B1	2	4,67	2,33	0,16	0,855
A/B2	2	2546,00	1273,00	85,75	<0,001
A/B3	2	480,89	240,44	16,20	<0,001
A/B4	2	2218,67	1109,33	74,72	<0,001
Resíduo	22				

$$SQ_{A/B_1} = \frac{206^2 + 205^2 + 210^2}{3} - \frac{621^2}{9}$$

$$SQ_{A/B_2} = \frac{220^2 + 244^2 + 337^2}{3} - \frac{801^2}{9}$$

$$SQ_{A/B_3} = \frac{193^2 + 243^2 + 201^2}{3} - \frac{637^2}{9}$$

$$SQ_{A/B_4} = \frac{188^2 + 300^2 + 220^2}{3} - \frac{708^2}{9}$$

TESTE DE TUKEY

Cultivar	Manejo			
	1	2	3	4
1	68.67 A	73.33 C	64.33 B	62.67 C
2	68.33 A	81.33 B	81.00 A	100.00 A
3	70.00 A	112.33 A	67.00 B	73.33 B

Tramatamentos	Médias	Tramatamentos	Médias
A 3/B1	70,00 A	A 3/B3	67,00 B
A 1/B1	68,67 A	A 1/B3	64,33 B
A 2/B1	68,33 A	A 2/B3	81,00 A
Tramatamentos	Médias	Tramatamentos	Médias
A 3/B2	112,33 A	A 3/B4	73,33 B
A 1/B2	73,33 C	A 1/B4	62,67 C
A 2/B2	81,33 B	A 2/B4	100,00 A

$$\begin{array}{c} \boxed{\times \times \times \times \times} = \boxed{\times \times \times \times \times} - \boxed{\times \times \times \times \times} \\ \boxed{\times \times \times \times \times} = \boxed{\times \times \times \times \times} - \boxed{\times \times \times \times \times} \end{array}$$

$A3 - A1 = 1,33 < DMS$

$A1 - A2 = 1,34 < DMS$

$A3 - A2 = 31 > DMS$

$A2 - A1 = 8 > DMS$

$A2 - A3 = 14 > DMS$

$A3 - A1 = 2,67 < DMS$

$A2 - A3 = 26,67 > DMS$

$A3 - A1 = 10,66 > DMS$

DESDOBRAMENTO DE B DENTRO DE A

Cultivar	Manejo			
	1	2	3	4
1	68.67 Aab	73.33 Ca	64.33 Bb	62.67 Cb
2	68.33 Ac	81.33 Bb	81.00 Ab	100.00 Aa
3	70.00 Ab	112.33 Aa	67.00 Bb	73.33 Bb

$$dms = 3,93 \sqrt{\frac{14,85}{3}} = 8,74$$

Tratamentos	Médias	
B2/A1	73.33	a
B1/A1	68.67	ab
B3/A1	64.33	b
B4/A1	62.67	b
Tratamentos	Médias	
B4/A2	100.00	a
B2/A2	81.33	b
B3/A2	81.00	b
B1/A2	68.33	c
Tratamentos	Médias	
B2/A3	112.33	a
B4/A3	73.33	b
B1/A3	70.00	b
B3/A3	67.00	b

$$B2 - B1 = 4.66 < DMS$$

$$B2 - B3 = 9.00 > DMS$$

$$B1 - B3 = 4.34 < DMS$$

$$B1 - B4 = 6.00 < DMS$$

$$B4 - B2 = 18.67 > DMS$$

$$B2 - B3 = 0.33 < DMS$$

$$B2 - B1 = 13.0 > DMS$$

$$B3 - B1 = 12.67 > DMS$$

$$B2 - B4 = 39.0 > DMS$$

$$B4 - B1 = 3.33 < DMS$$

$$B4 - B3 = 6.33 < DMS$$

CONCLUSÃO

- Caso seja utilizado o cultivar 1, o melhor manejo será o 2, embora este não seja diferente estatisticamente do manejo 1;
- Já utilizando o cultivar 2, o melhor manejo a ser aplicado será o 4;
- Dessa maneira, é observado então que quando muda o cultivar, o manejo também é alterado, sendo assim, um comportamento diferencial dos níveis.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

FARIA, J. C. Notas de aulas expandidas. UESC. Ilhéus – Ba.

GOMES, F.P; GARCIA, C. H. Estatística Aplicada a Experimentos Agronômicos e Florestais. Piracicaba, 2002.

AGRADECEMOS
PELA ATENÇÃO!

