



Universidade Estadual de Santa Cruz

Distribuição Normal



**Kauan Souza Teles e
Luiz Felipe do Rosário
2023.1, CET 083**



Guia da Apresentação

1

Introdução.

2

Estudo do lançamento de moedas.

3

Características e Exemplos.

4

Distribuição Normal Padronizada.

5

Cálculo de Probabilidade.



Introdução

A Distribuição Normal ou Gaussiana é sem dúvidas a mais importante distribuição de densidade de probabilidade, uma vez que é aplicada em inúmeros fenômenos e utilizada para o desenvolvimento teórico da estatística. Sendo notada por volta do século XIX, pelo matemático, astrônomo, físico e alemão Friedrich Gauss.



Johann Carl Friedrich Gauss, (1777- 1855)



Estudo do Lançamento de Moedas

O estudo do lançamento de moedas nos mostra o comportamento de uma moeda e a chance dela resultar em cara ou coroa ao lançarmos a mesma para cima repetidas vezes. Veremos que a distribuição dos resultados observada é normal.





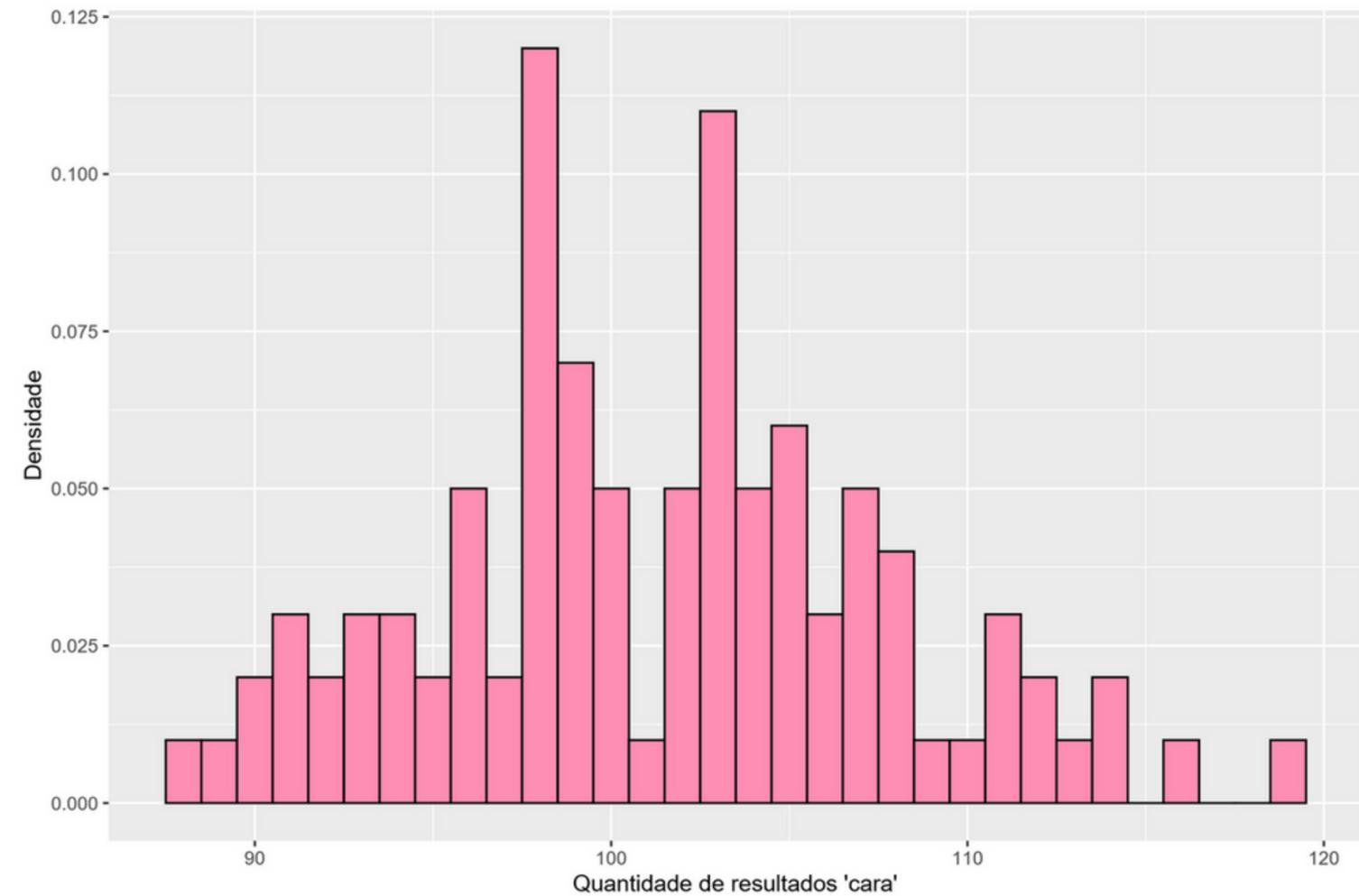
Estudo do Lançamento de Moedas

```
// func auxiliar  
count_heads <- function() {  
  result = sample(c('cara', 'coroa'), size = 200, replace = TRUE)  
  sum(result == 'cara')  
}
```



Estudo do Lançamento de Moedas

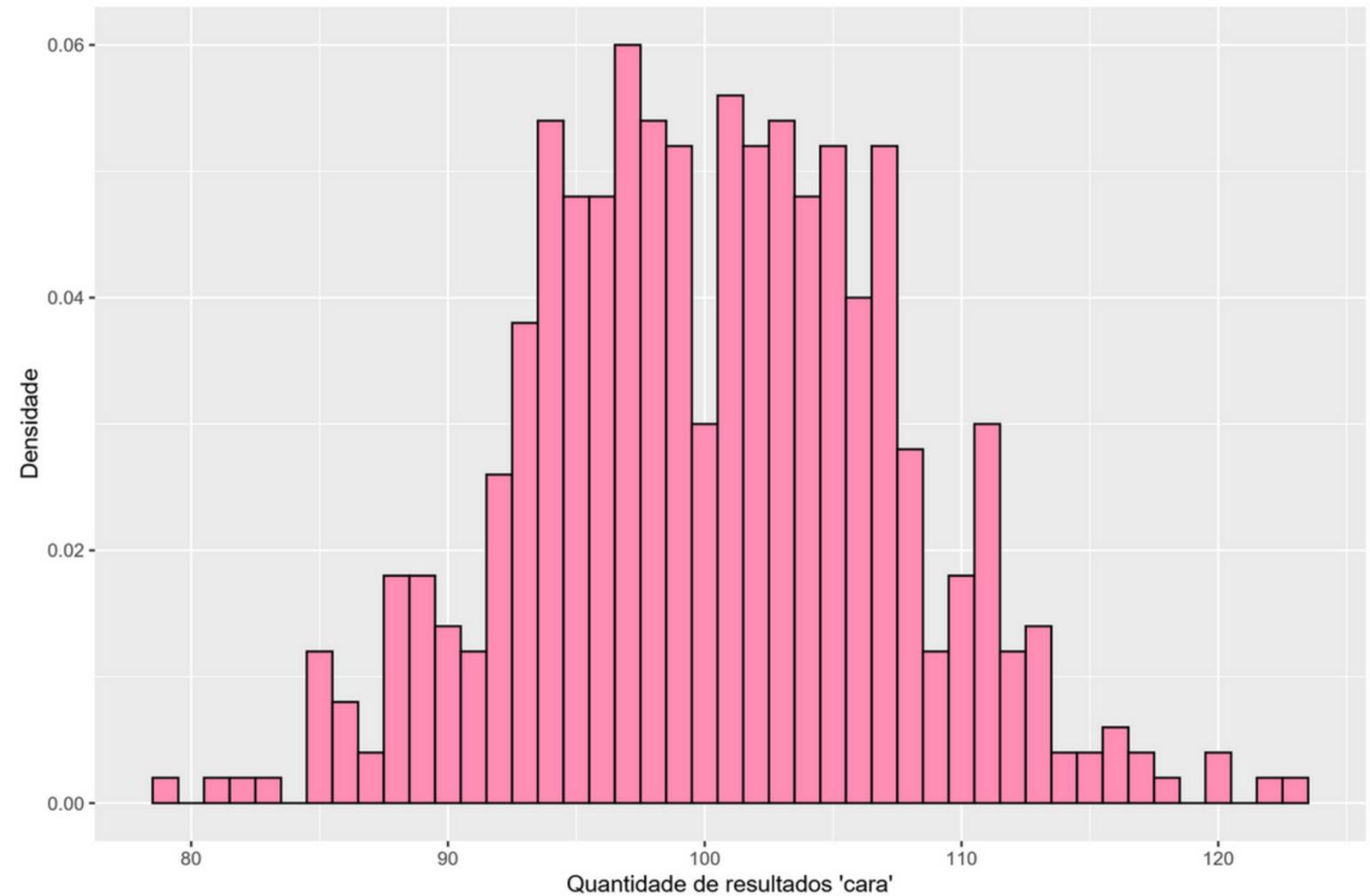
```
// 100 lançamentos  
// para 200 moedas  
resultados <- replicate(100,  
count_heads())
```





Estudo do Lançamento de Moedas

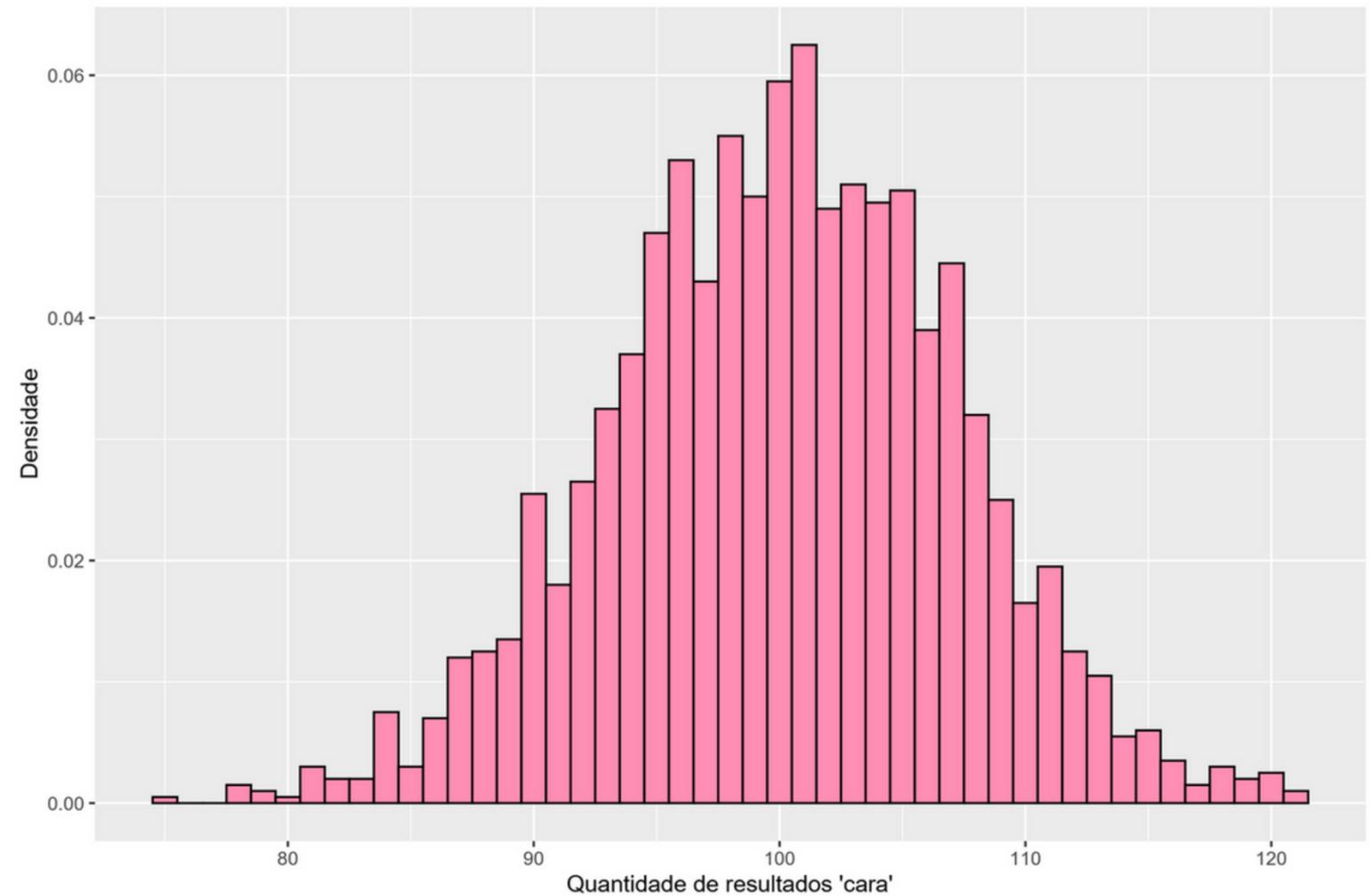
```
// 500 lançamentos  
// para 200 moedas  
resultados <- replicate(500,  
count_heads())
```





Estudo do Lançamento de Moedas

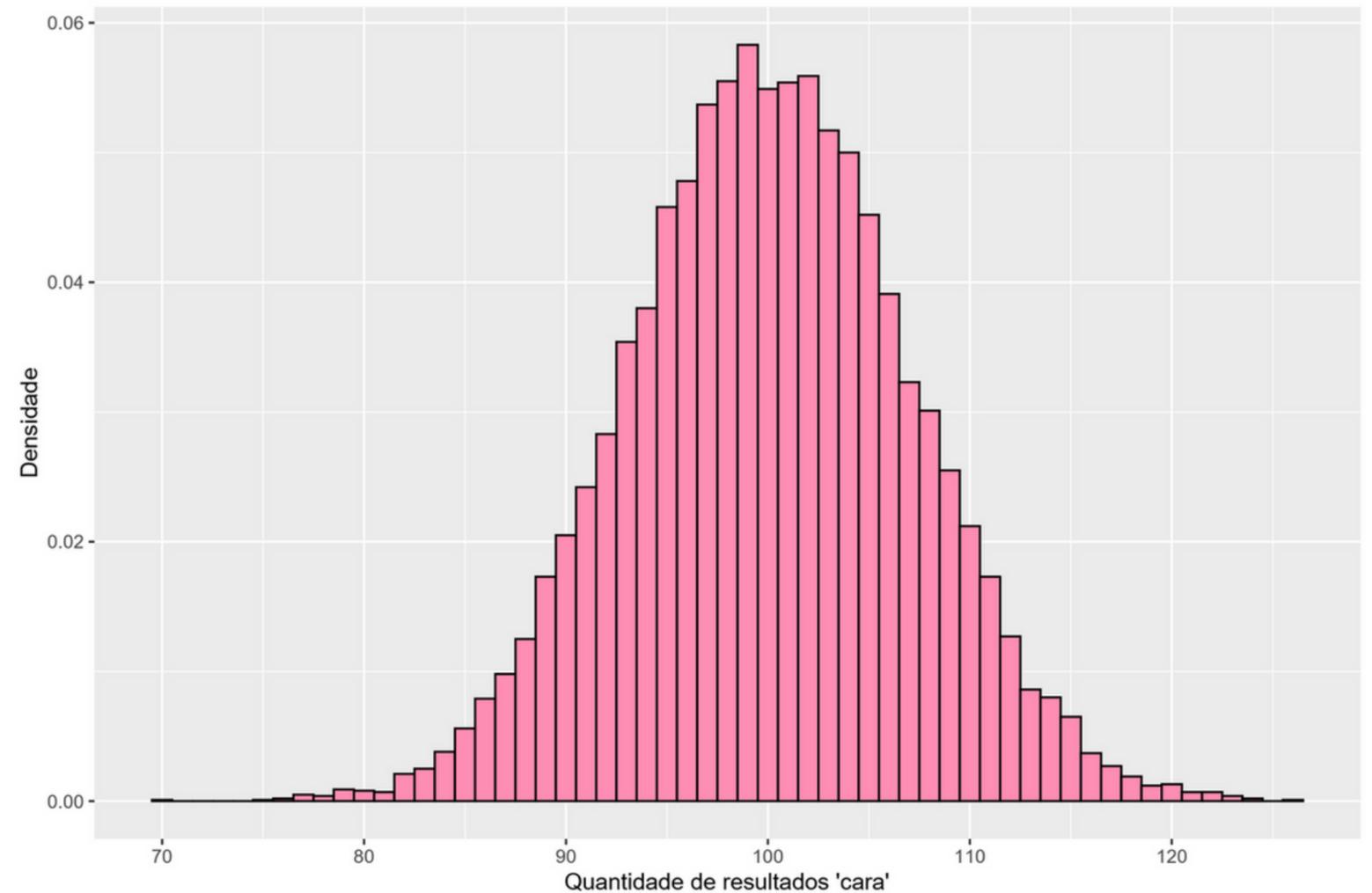
```
// 2.000 lançamentos  
// para 200 moedas  
resultados <- replicate(2000,  
count_heads())
```





Estudo do Lançamento de Moedas

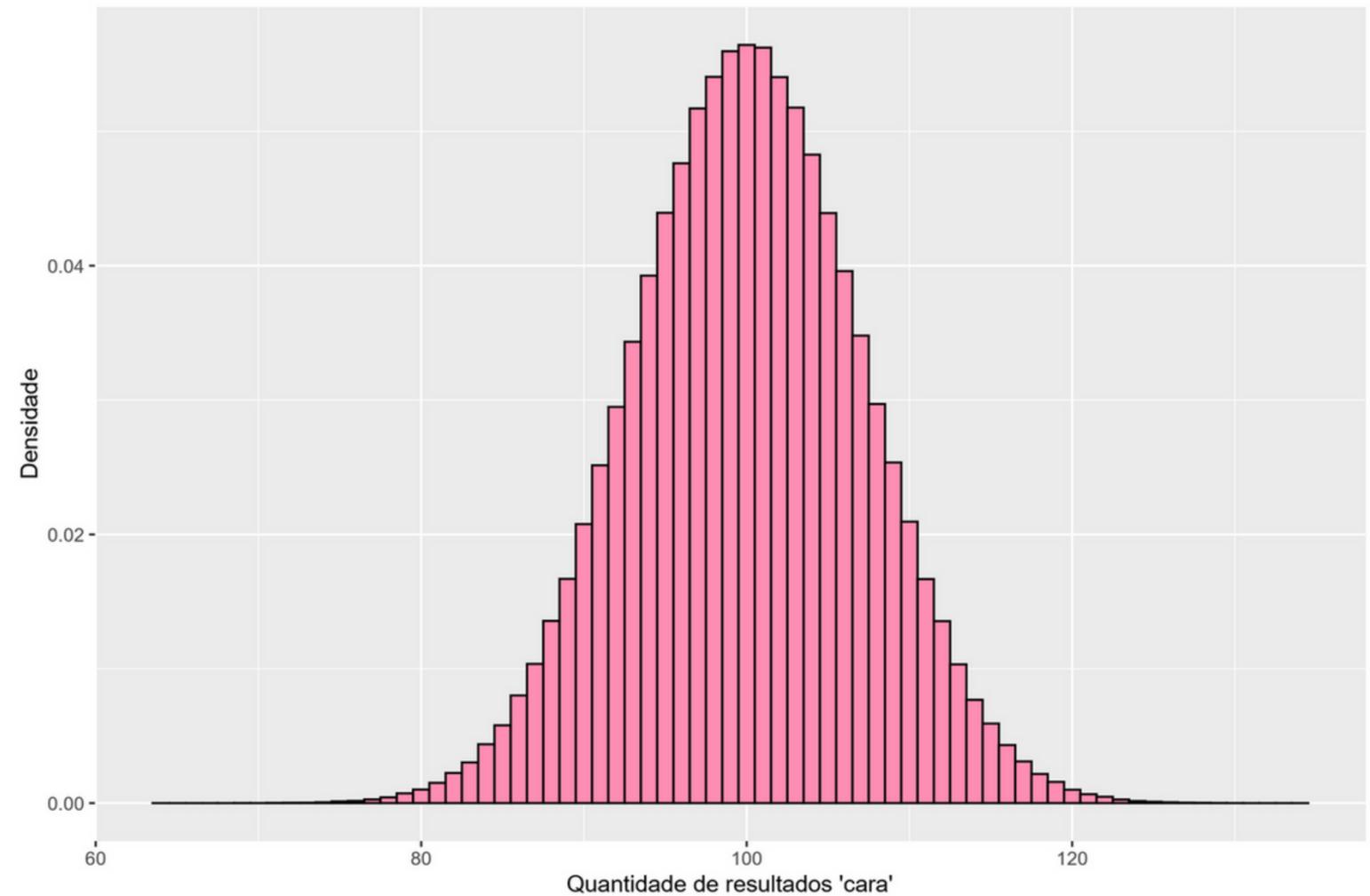
```
// 10.000 lançamentos  
// para 200 moedas  
resultados <- replicate(10000,  
count_heads())
```





Estudo do Lançamento de Moedas

```
// 1.000.000 lançamentos  
// para 200 moedas  
resultados <- replicate(1000000,  
count_heads())
```

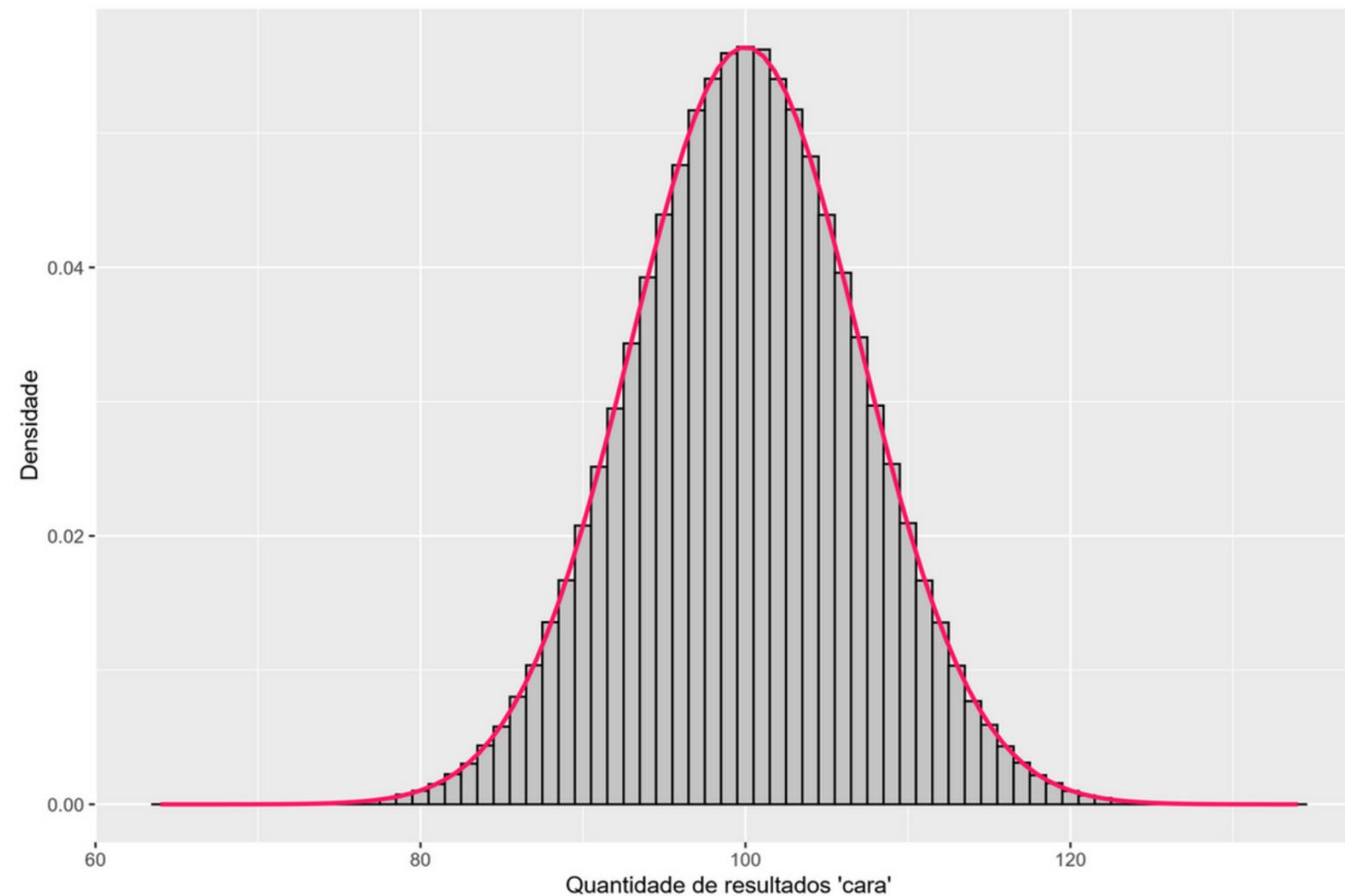




Universidade Estadual de Santa Cruz

Estudo do Lançamento de Moedas

// Curva de Gauss bem definida para 1.000.000 de repetições.

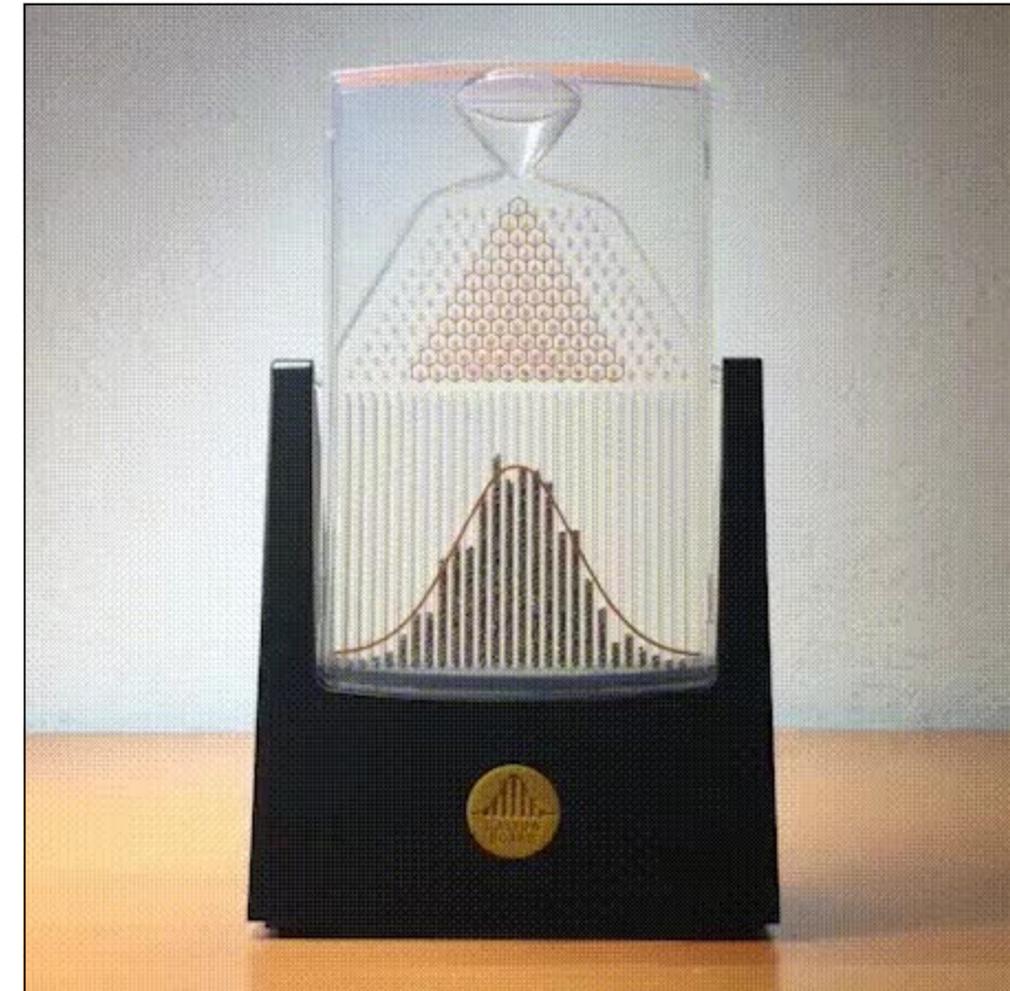




Universidade Estadual de Santa Cruz

Tabuleiro de Galton

Também conhecido como Quincunx, o dispositivo foi inventado como objetivo de demonstrar que a distribuição normal é aproximada à distribuição binomial. A invenção de Sir Francis Galton oferece ideias sobre regressão para média em suas aplicações.

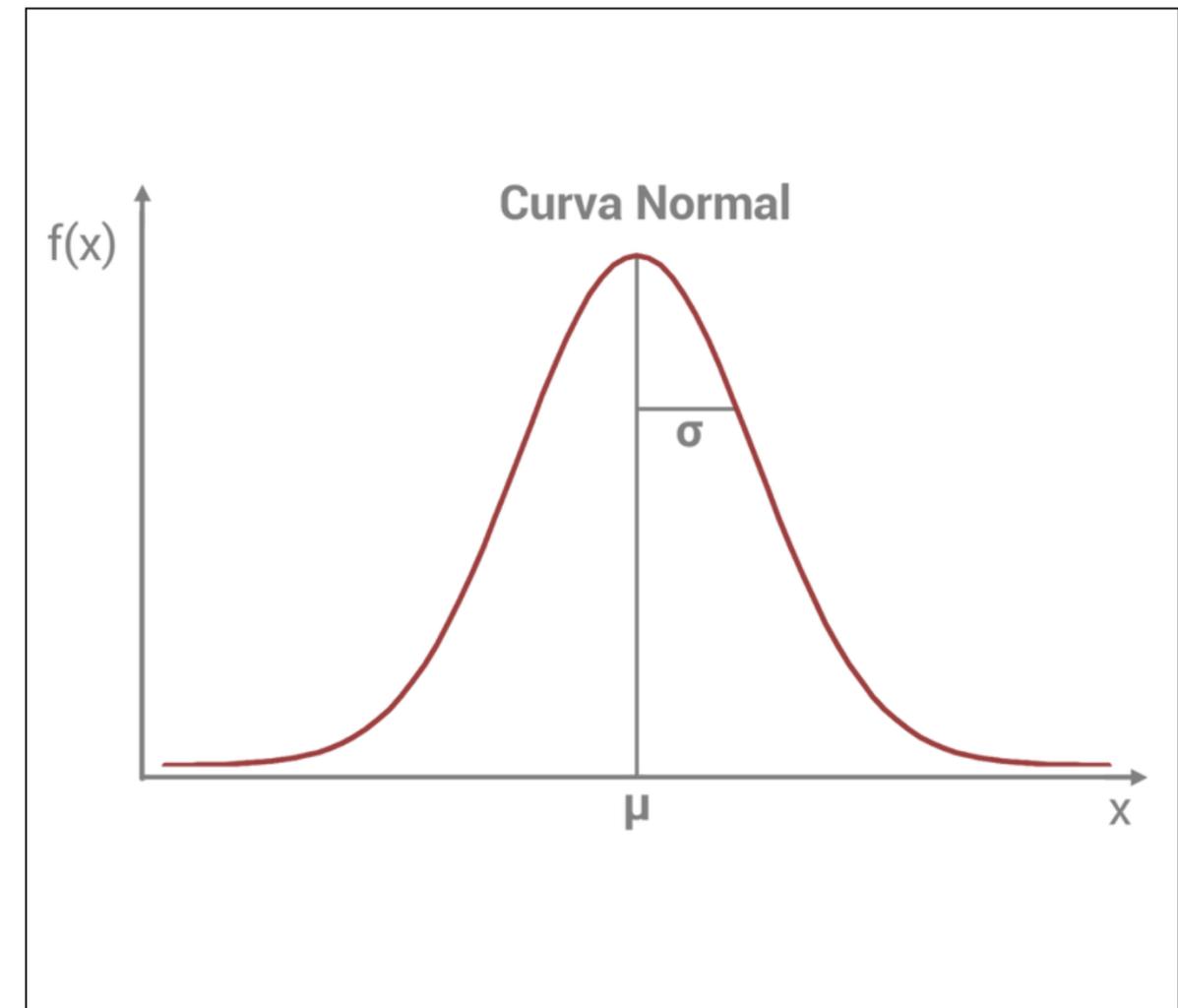




Representação Gráfica

A Curva de Gauss (ou Curva Normal), representa graficamente a distribuição normal. Por sua vez, esse tipo de curva é contínua, simétrica, suave e possui uma forma que se assemelha a um sino.

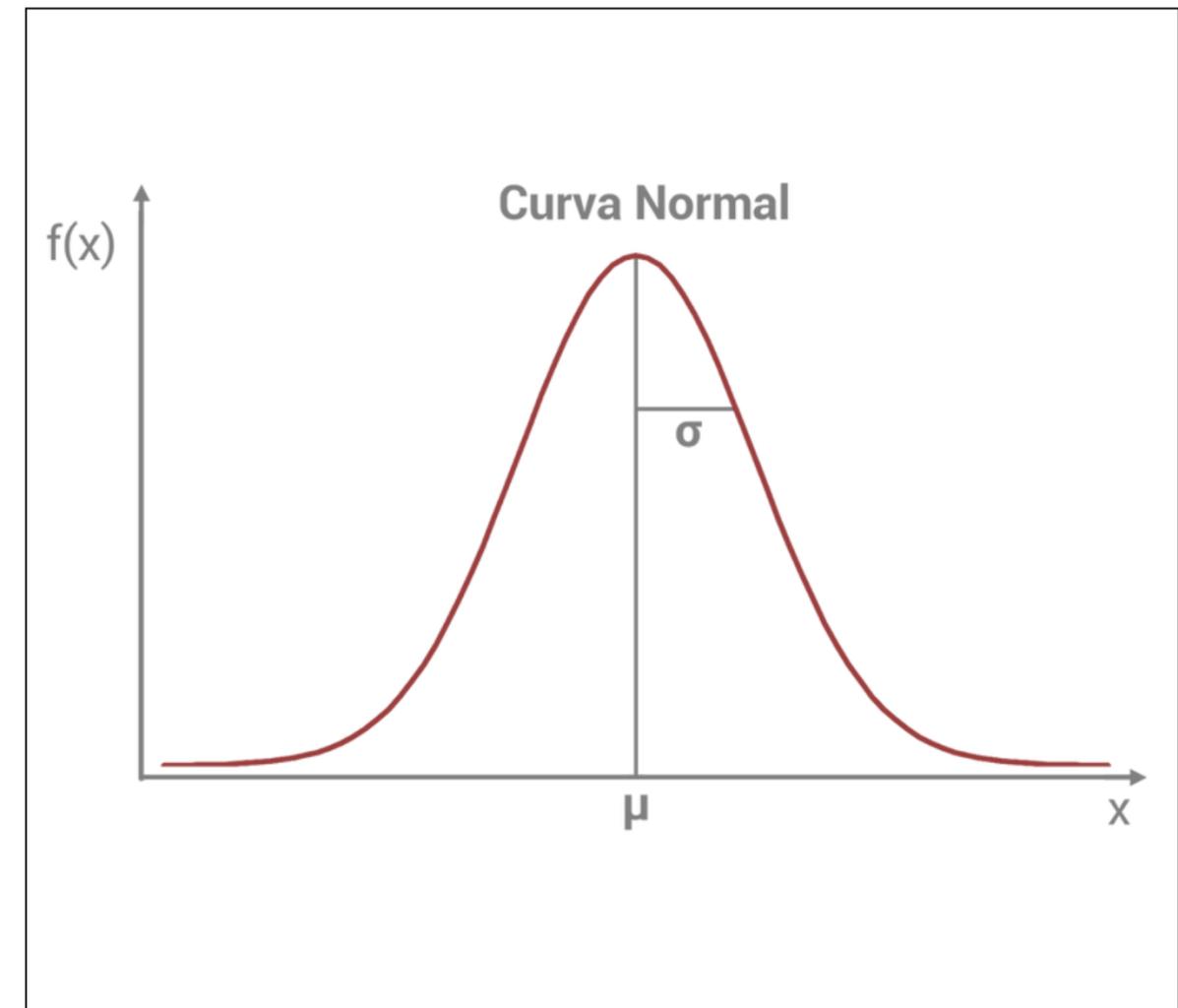
Seu ponto de frequência máxima situa-se no meio da distribuição e por ser unimodal, temos que média = mediana = moda.





Características

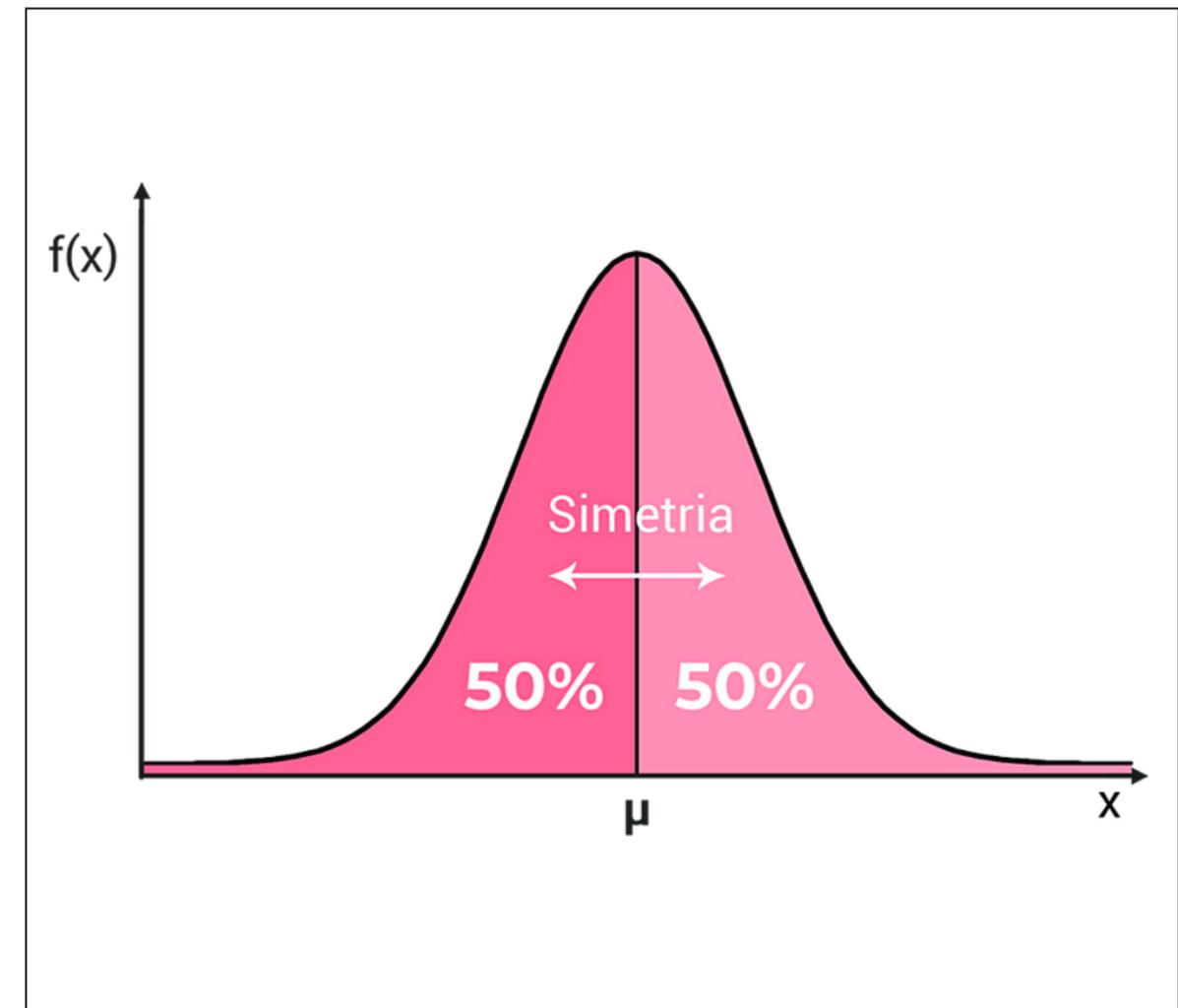
A distribuição normal determina-se por $N(\mu, \sigma)$.
Sendo μ = média e σ = desvio padrão





Características

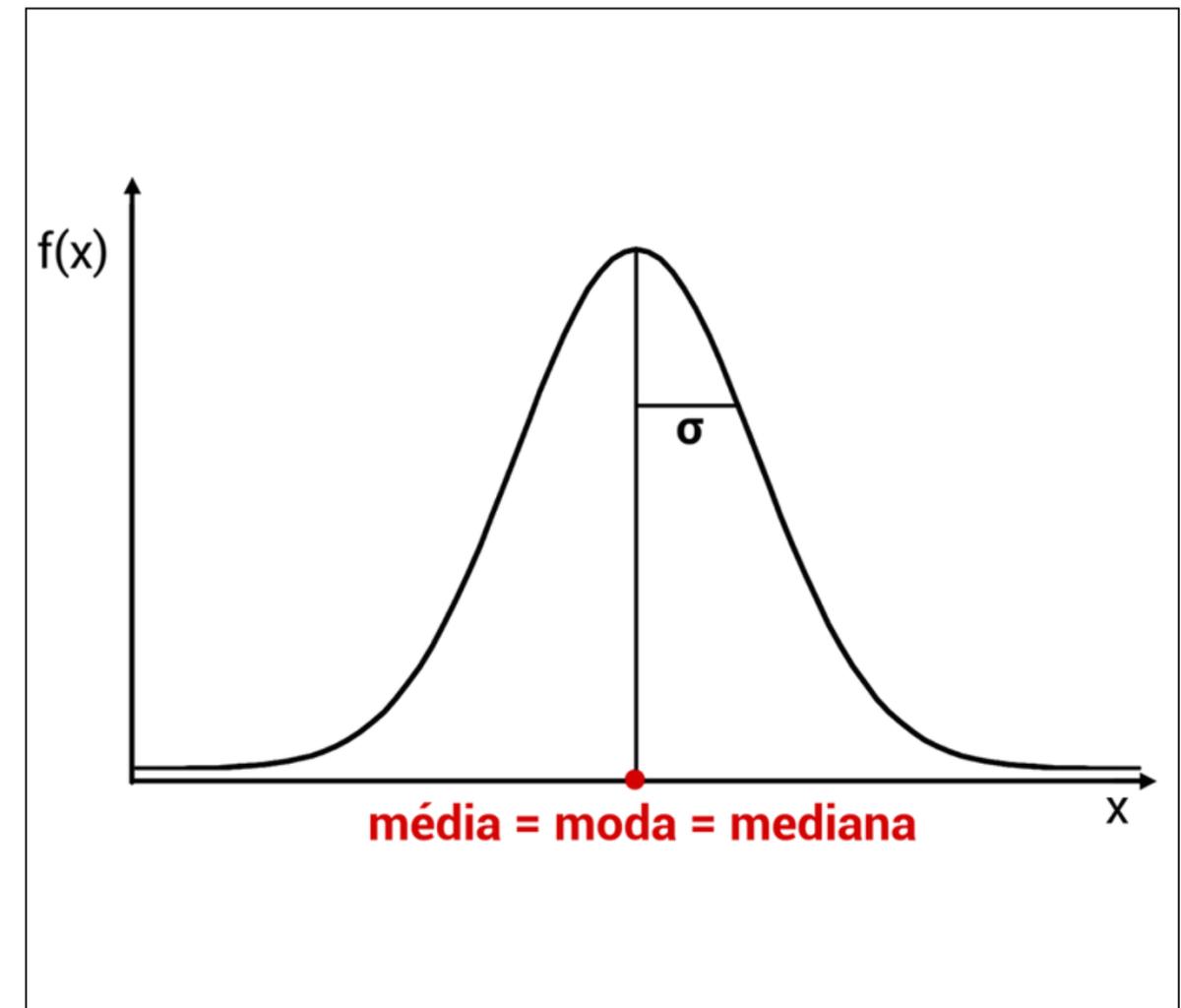
A distribuição é simétrica em relação a média.





Características

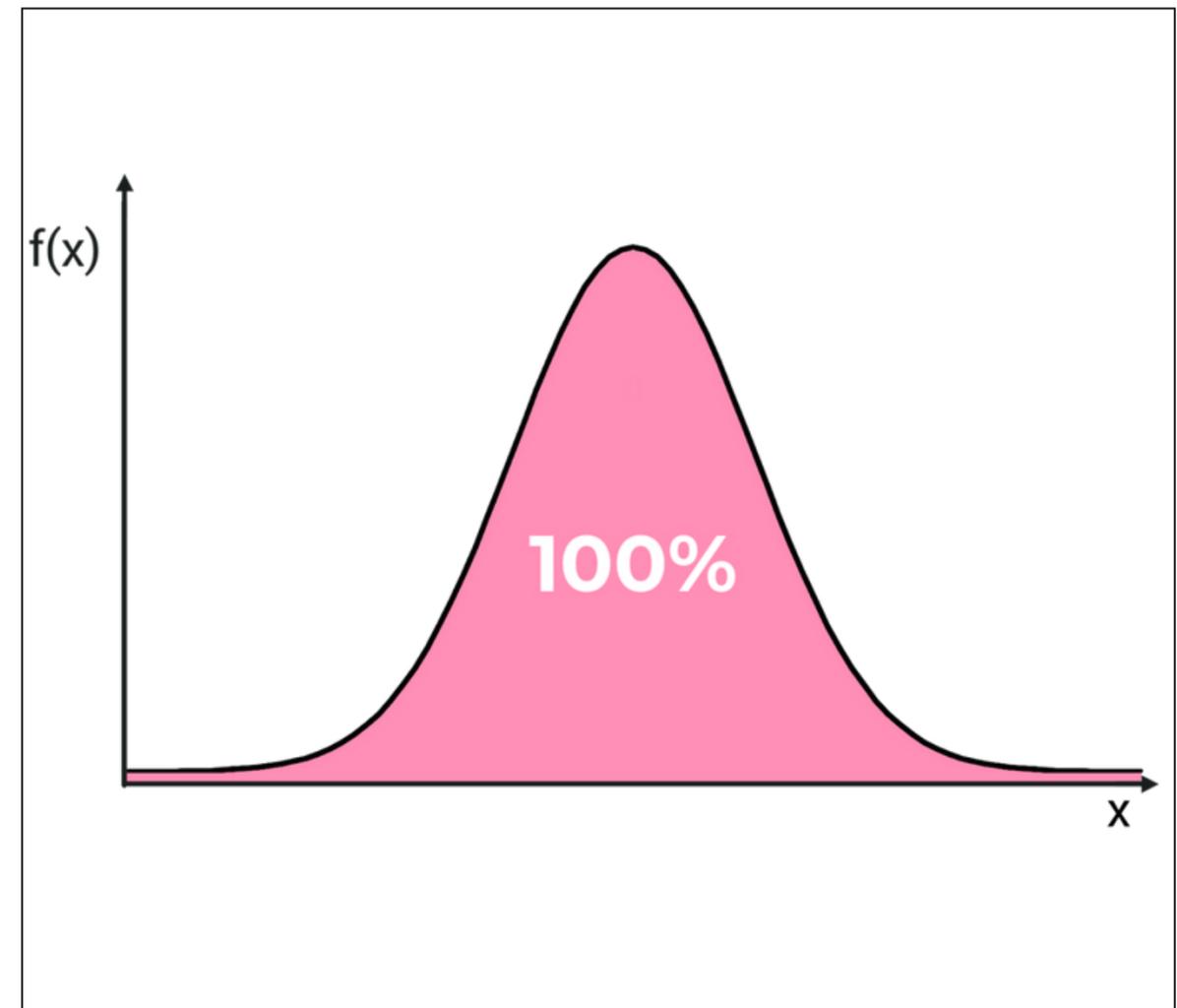
Unimodal.





Características

A área debaixo da curva é igual a 1 ou 100%.

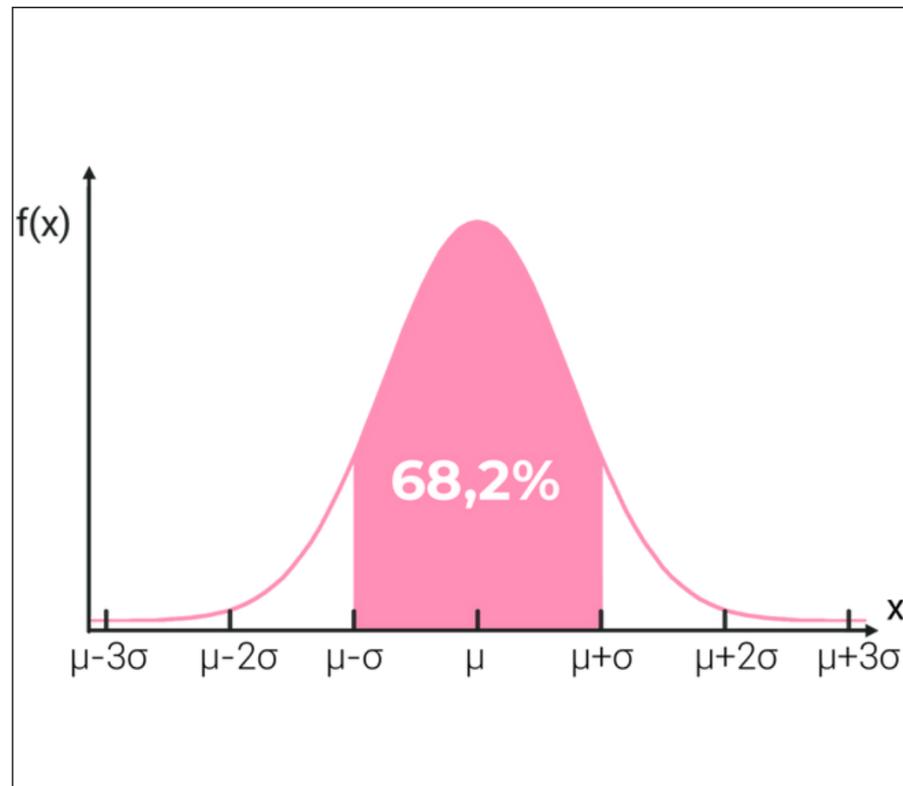




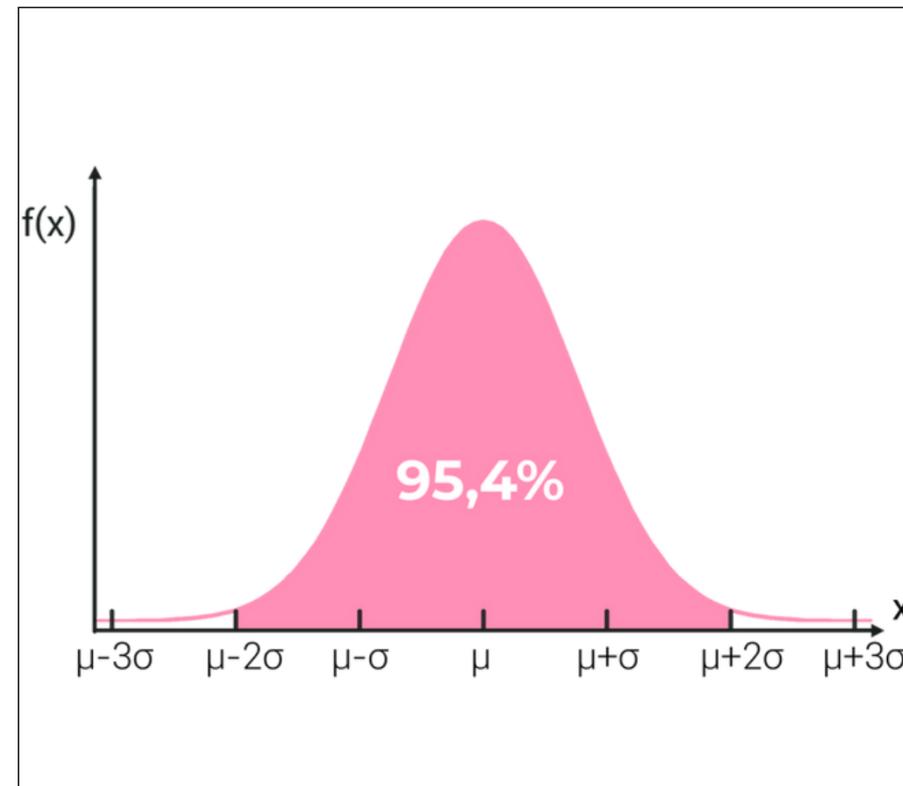
Características

As porcentagens a seguir estão compreendidas em seus respectivos intervalos e formam a **Regra 68-95-99,7** ou **Regra Empírica**.

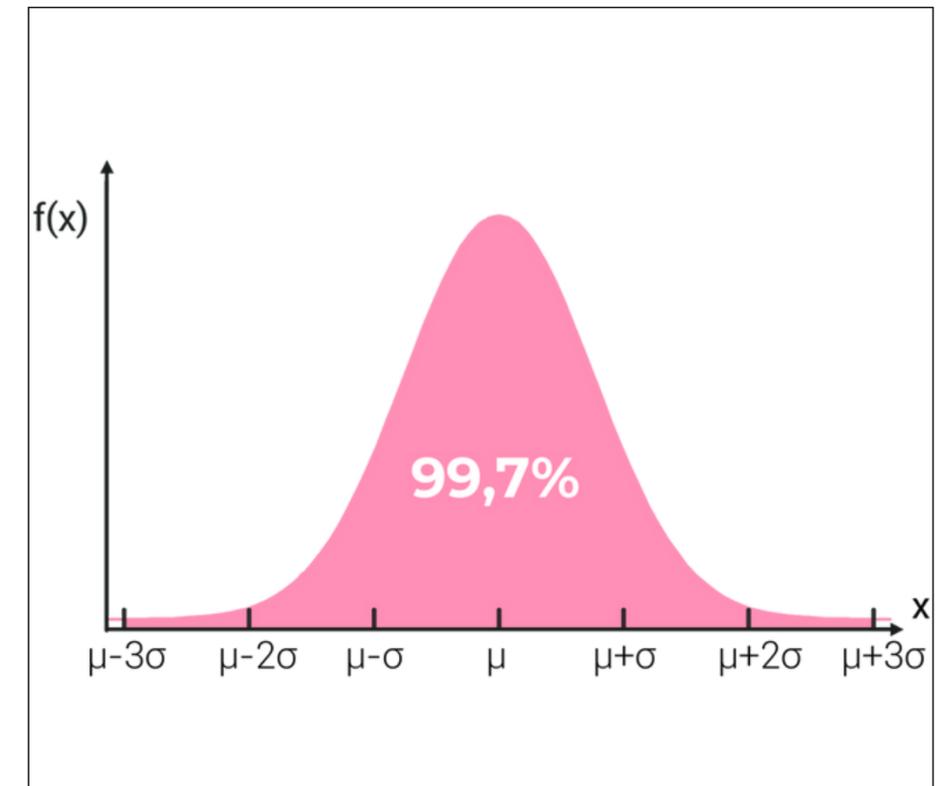
$$(\mu - \sigma; \mu + \sigma) \sim \mathbf{68,2\%}$$



$$(\mu - 2\sigma; \mu + 2\sigma) \sim \mathbf{95,4\%}$$



$$(\mu - 3\sigma; \mu + 3\sigma) \sim \mathbf{99,7\%}$$





Características

Tome x como uma variável aleatória contínua, x possui distribuição normal se e somente se, sua função de densidade de probabilidade (fdp) for:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2 \cdot \pi}} \cdot e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}, -\infty < x < \infty$$

μ = média da população

σ = desvio-padrão da população

π = 3,141592653589793...

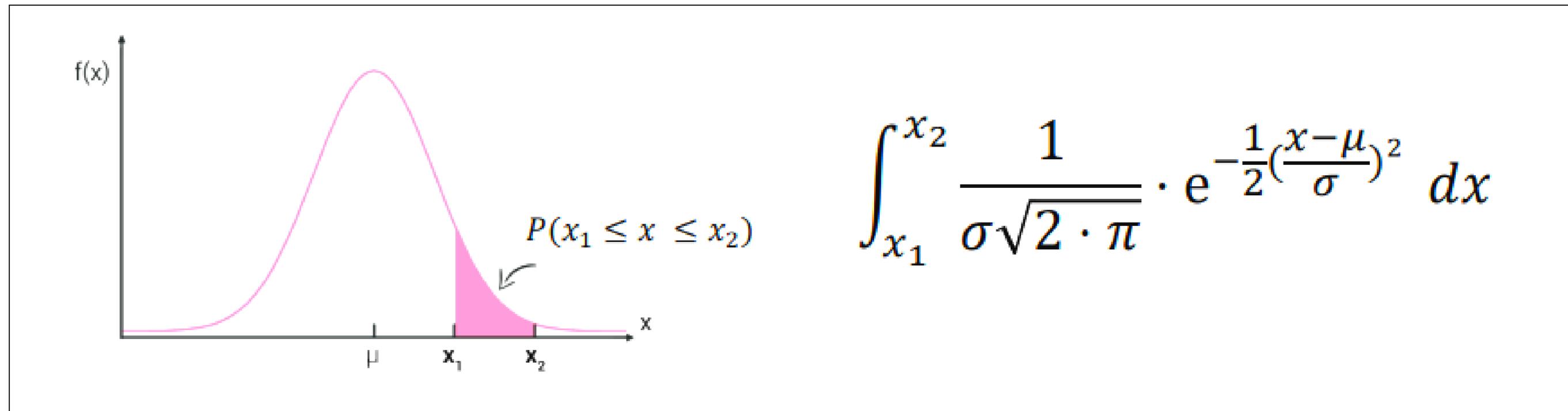
e = base do logaritmo neperiano (2,718...)

$\frac{1}{\sigma\sqrt{2 \cdot \pi}}$ = fator de escalonamento.



Características

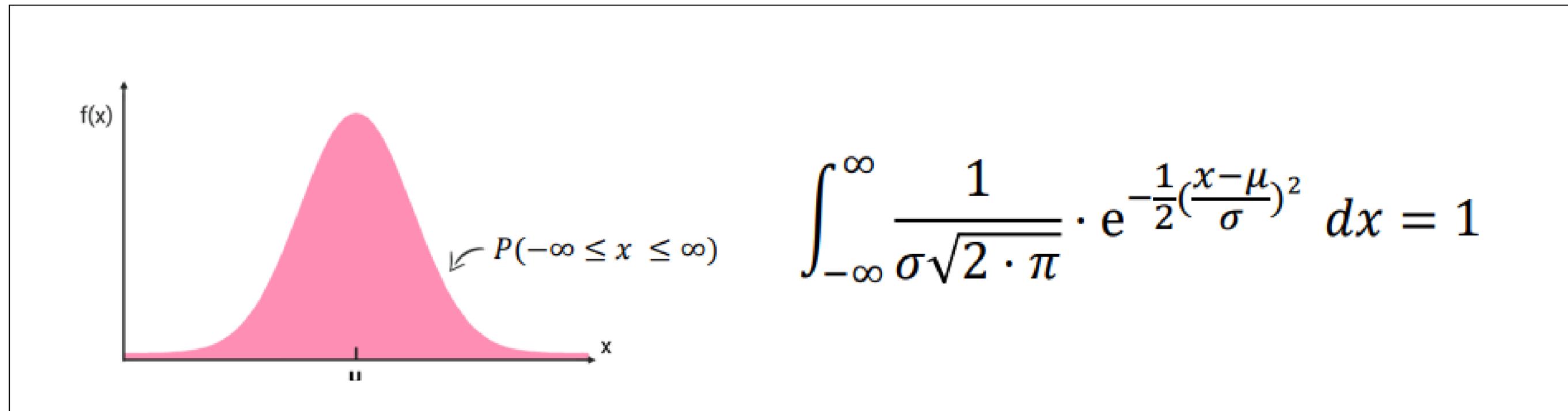
Uma vez que a probabilidade é representada pela área debaixo da curva, para achá-la basta calcular a integral definida no intervalo dado x_1 e x_2 :





Características

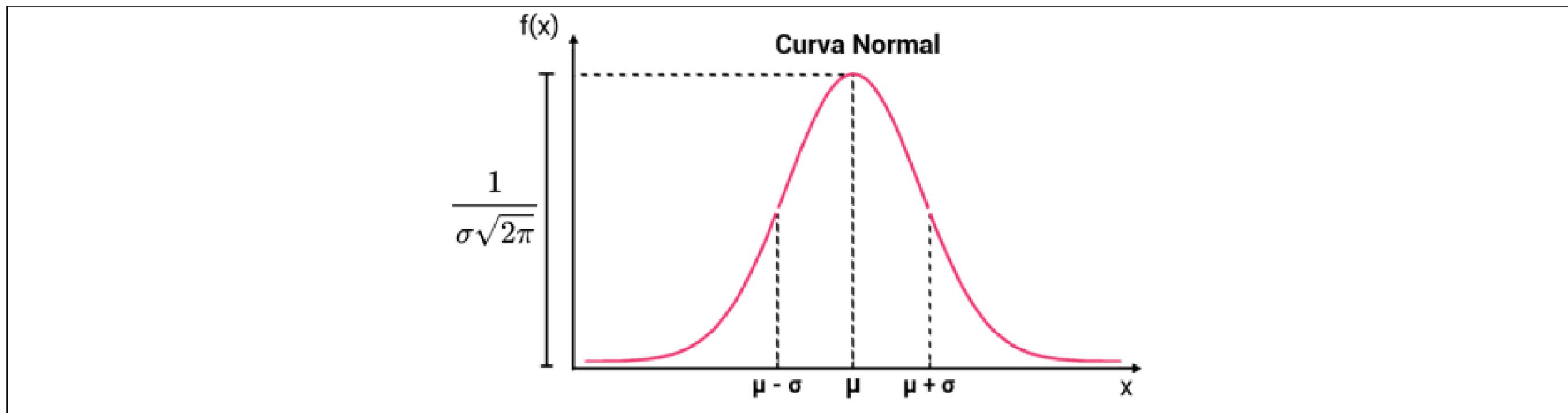
Analogamente ao item anterior, para acharmos a probabilidade máxima aplicamos limites de integração infinitos:





Características

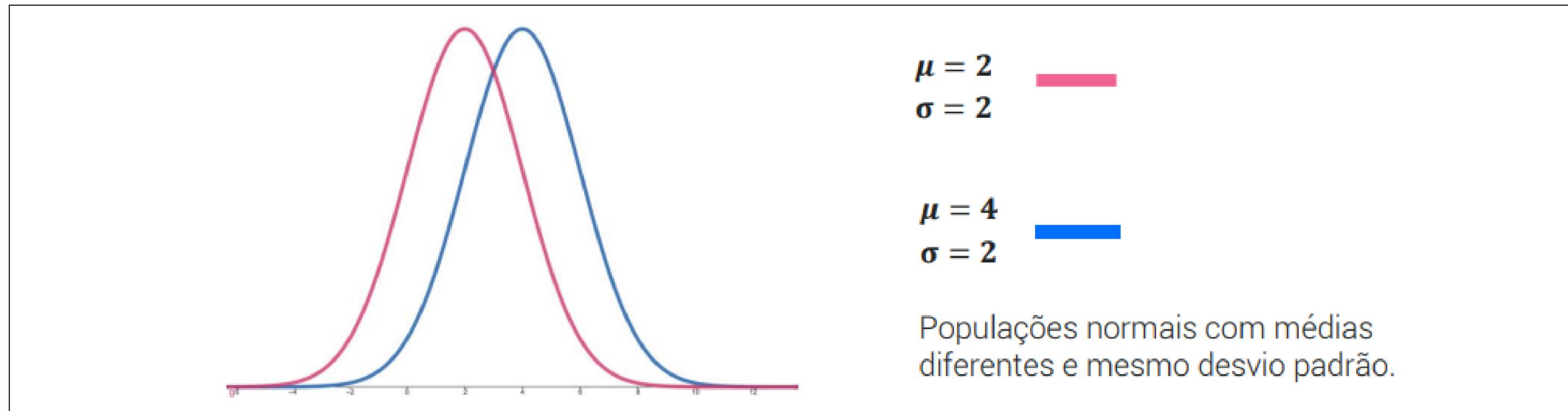
Os pontos de inflexão são $\mu - \sigma$ e $\mu + \sigma$. E quando $x = \mu$ temos o ponto máximo de $f(x)$:





Influência da Média

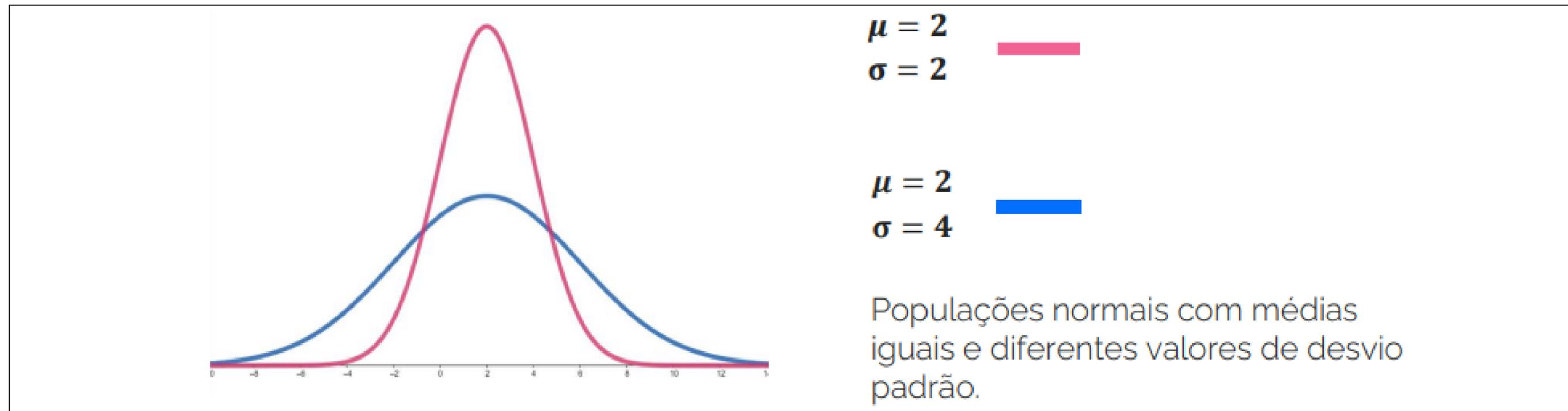
A curva varia no **eixo x** mantendo sua forma básica de acordo com modificações nos valores da média (μ):





Influência do Desvio Padrão

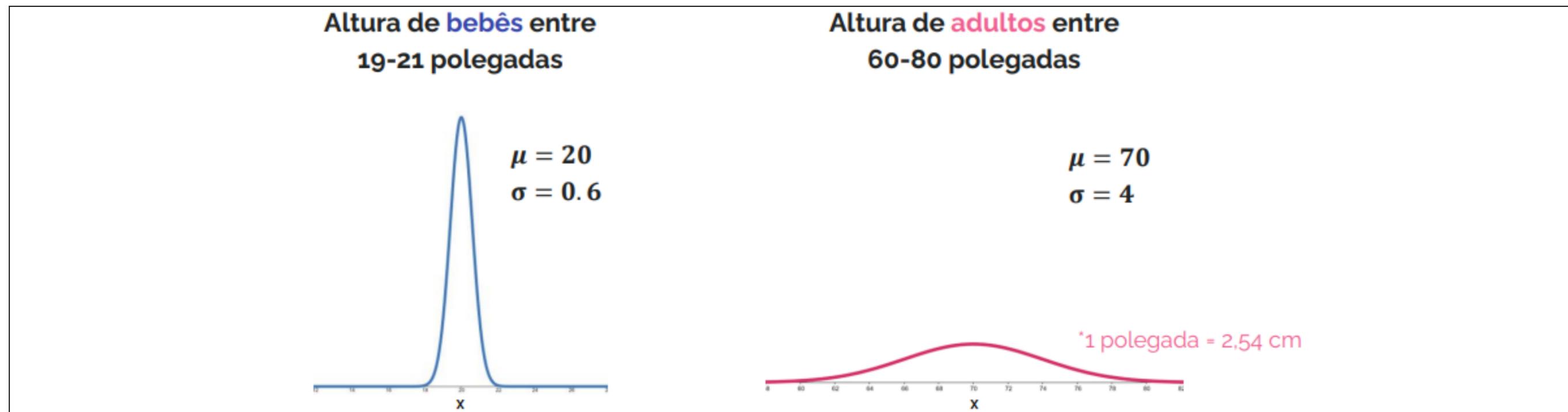
A curva tem seu achatamento alterado de acordo ao desvio padrão, seu aumento resulta em maior dispersão dos dados, enquanto que a redução resulta em uma menor dispersão:





Influência do Desvio Padrão

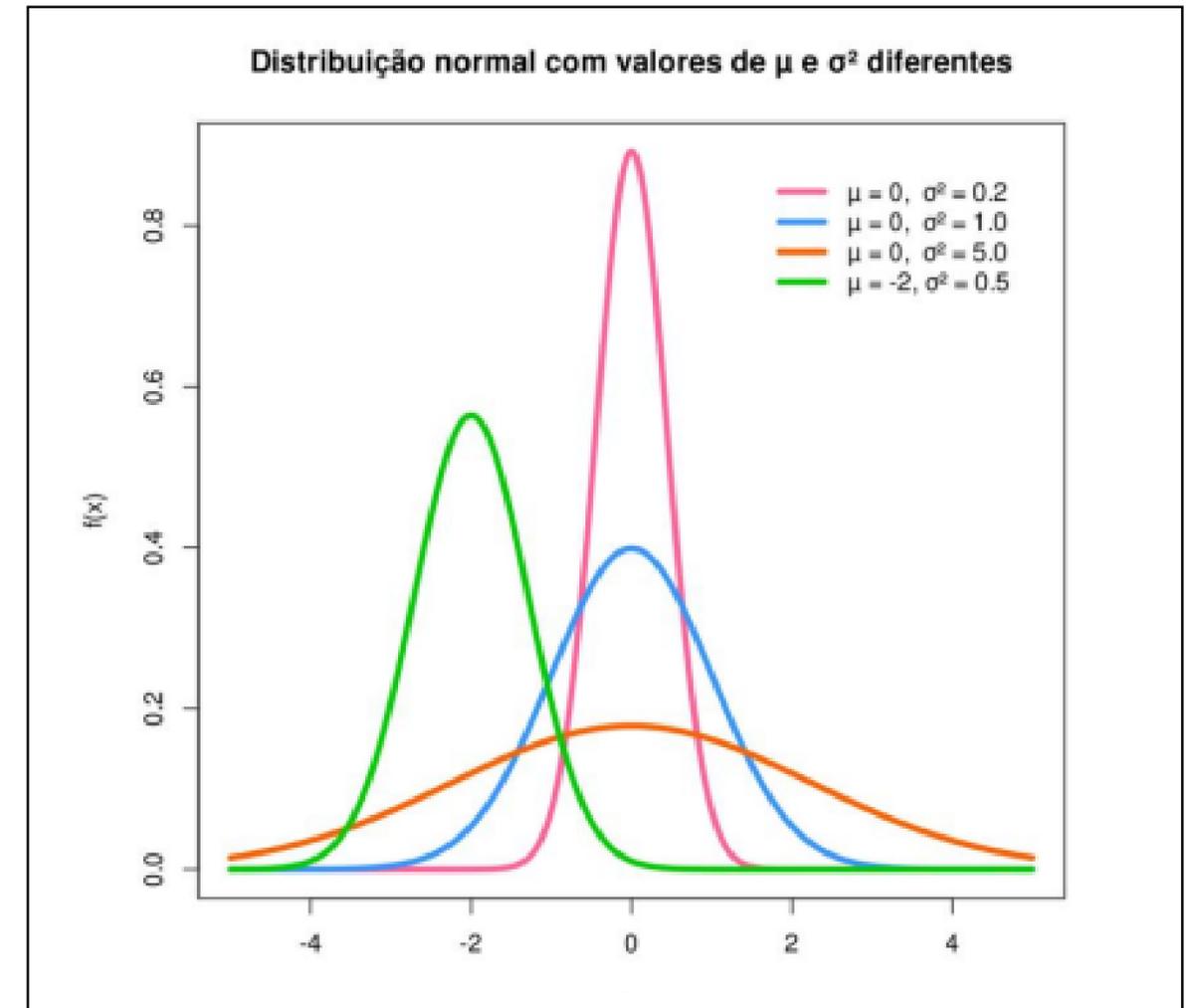
Para um desvio padrão pequeno, temos uma curva mais concentrada e alta. Equanto que para um desvio maior, temos ela mais baixa e curva:





Influência dos Parâmetros

Existem infinitas curvas que variam de acordo com os valores de média(μ) e desvio(σ), algumas dessas variações estão ilustradas ao lado:





Exemplos

Muitos dos fenômenos que ocorrem no mundo real distribuem-se normalmente, temos como exemplo:

- Altura/Peso da população adulta de um país
- Pressão Sanguínea
- Pontuação em testes de quociente de inteligência(QI)
- etc



Contra-exemplos

Nem sempre os dados se distribuem normalmente, devido a fatores como:

- Outliers: valores discrepantes;
- Poucos dados: dados insuficientes podem deformar a curva;
- Coleta incorreta: dados importantes não levados em consideração;
- Distribuição não normal: os dados podem se distribuir de forma diferente da normal

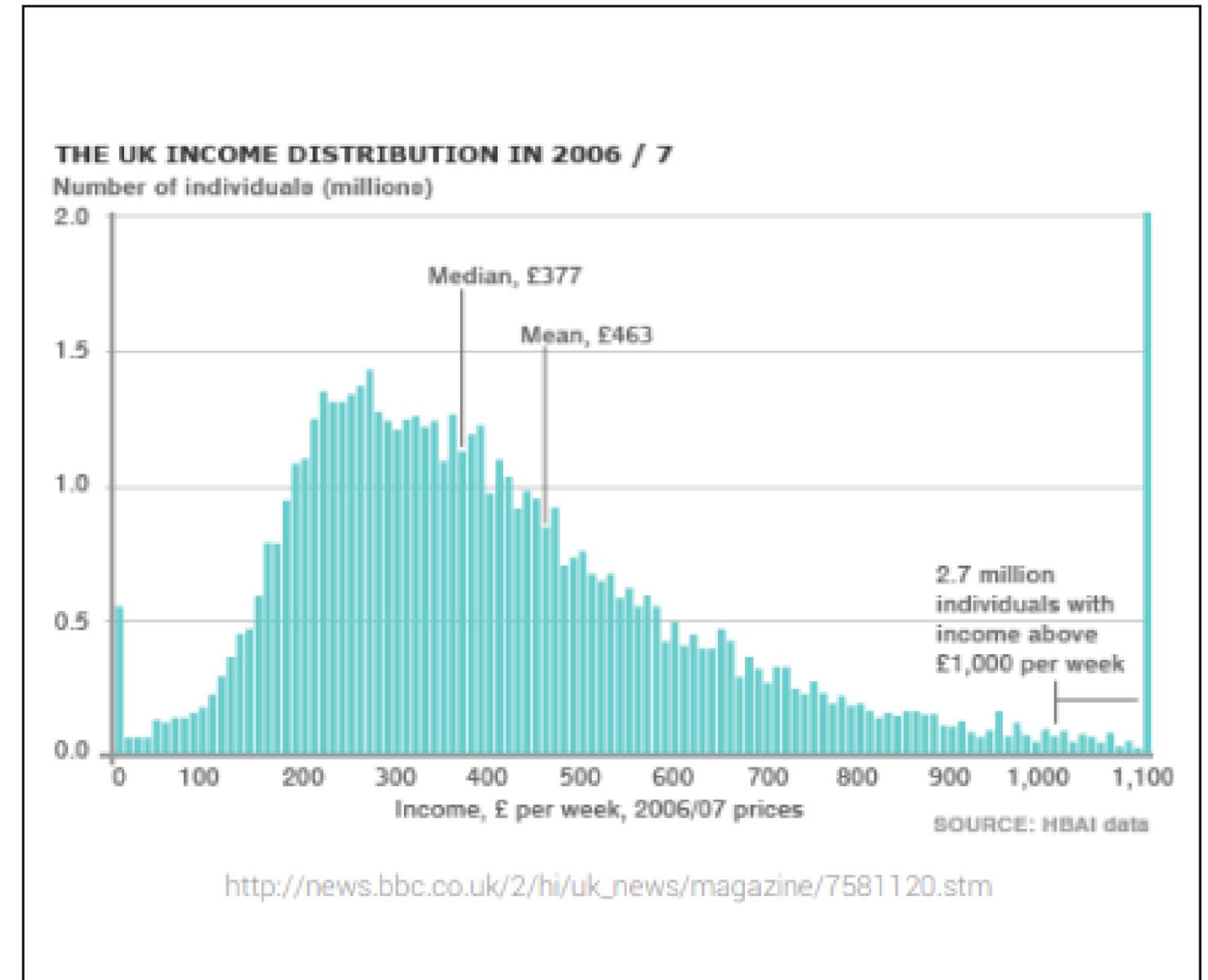


Contra-exemplos

Um contra-exemplo seria a distribuição de renda do Reino Unido observada em 2006/2007.

O gráfico sugere que esta distribuição deve ser assimétrica - grande proporção de valores entre 0 e 500£ e pequena proporção de valores acima de 800 libras esterlinas.

Conquanto, a média e a mediana não coincidem.





Distribuição Normal Padronizada

Até agora vimos que a área debaixo da Curva de Gauss no intervalo proposto representa a probabilidade, conquanto o cálculo dessa integral não se torna algo trivial sem a ajuda de um computador. Sendo assim, a distribuição normal padronizada faz-se solução para tal problema.





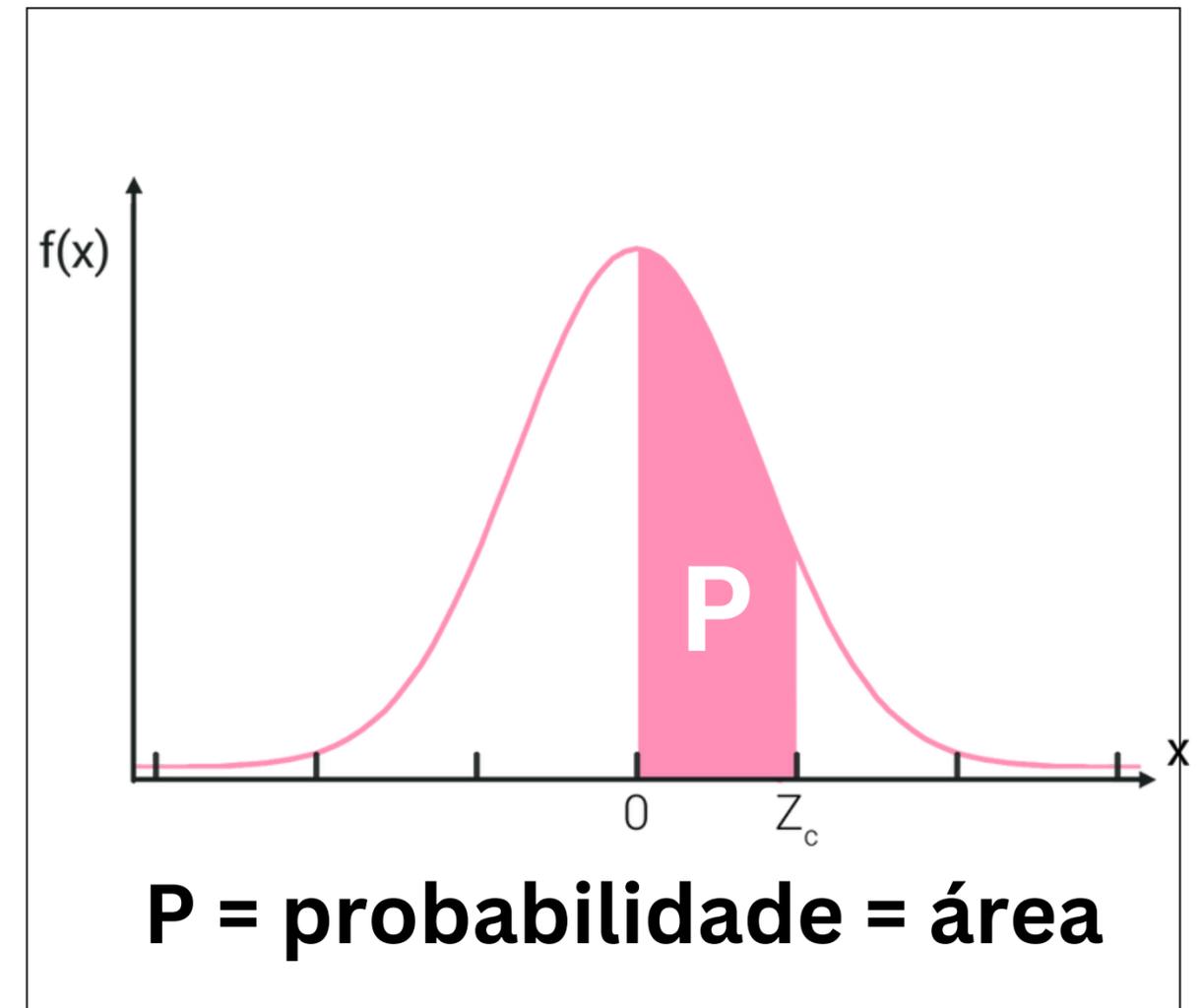
Ajustes na Distribuição Normal

- A distribuição normal padronizada é uma distribuição normal com média (μ) igual a 0 e desvio padrão (σ) igual a 1;
- A variável aleatória x passa a ser chamada de Z ;
- Notação: $Z \sim N(0, 1)$, media(μ) = 0 e desvio(σ) = 1;
- Toda variável $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ deve ser transformada em $Z \sim N(0, 1)$, para que possamos fazer o cálculos na forma padronizada;
- $$Z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$



Padronização

Utilizaremos uma tabela tal que $P(0 \leq Z \leq Z_c) = p$, ou seja, a probabilidade fornecida pela tabela (p) corresponde ao intervalo que vai de 0 até um certo número z_c no eixo x .





Universidade Estadual de Santa Cruz

Z	0.0	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0	0,00000	0,00399	0,00798	0,01197	0,01595	0,01994	0,02392	0,00279	0,03188	0,03586
0.1	0,03983	0,00438	0,04776	0,05172	0,05567	0,05962	0,06356	0,06749	0,07142	0,07535
0.2	0,07926	0,08317	0,08706	0,09095	0,09483	0,09871	0,10257	0,10642	0,11026	0,11409
0.3	0,11791	0,12172	0,12552	0,01293	0,13307	0,13683	0,14058	0,14431	0,14803	0,15173
0.4	0,15542	0,01591	0,16276	0,01664	0,17003	0,17364	0,17724	0,18082	0,18439	0,18793
0.5	0,19146	0,19497	0,19847	0,20194	0,02054	0,20884	0,21226	0,21566	0,21904	0,02224
0.6	0,22575	0,22907	0,23237	0,23565	0,23891	0,24215	0,24537	0,24857	0,25175	0,02549
0.7	0,25804	0,26115	0,26424	0,02673	0,27035	0,27337	0,27637	0,27935	0,02823	0,28524
0.8	0,28814	0,29103	0,29389	0,29673	0,29955	0,30234	0,30511	0,30785	0,31057	0,31327
0.9	0,31594	0,31859	0,32121	0,32381	0,32639	0,32894	0,33147	0,33398	0,33646	0,33891
1	0,34134	0,34375	0,34614	0,34849	0,35083	0,35314	0,35543	0,35769	0,35993	0,36214
1.1	0,36433	0,03665	0,36864	0,37076	0,37286	0,37493	0,37698	0,00379	0,00381	0,38298
1.2	0,38493	0,38686	0,38877	0,39065	0,39251	0,39435	0,39617	0,39796	0,39973	0,40147
1.3	0,04032	0,04049	0,40658	0,40824	0,40988	0,41149	0,41308	0,41466	0,41621	0,41774
1.4	0,41924	0,42073	0,04222	0,42364	0,42507	0,42647	0,42785	0,42922	0,43056	0,43189
1.5	0,43319	0,43448	0,43574	0,43699	0,43822	0,43943	0,44062	0,44179	0,44295	0,44408
1.6	0,04452	0,04463	0,44738	0,44845	0,04495	0,45053	0,45154	0,45254	0,45352	0,45449
1.7	0,45543	0,45637	0,45728	0,45818	0,45907	0,45994	0,04608	0,46164	0,46246	0,46327
1.8	0,46407	0,46485	0,46562	0,46638	0,46712	0,46784	0,46856	0,46926	0,46995	0,47062
1.9	0,47128	0,47193	0,47257	0,04732	0,47381	0,47441	0,00475	0,47558	0,47615	0,04767
2	0,47725	0,47778	0,47831	0,47882	0,47932	0,47982	0,04803	0,48077	0,48124	0,48169

TABELA Z POSITIVA



Universidade Estadual de Santa Cruz

Z	0.0	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0	0,00000	0,00399	0,00798	0,01197	0,01595	0,01994	0,02392	0,00279	0,03188	0,03586
0.1	0,03983	0,00438	0,04776	0,05172	0,05567	0,05962	0,06356	0,06749	0,07142	0,07535
0.2	0,07926	0,08317	0,08706	0,09095	0,09483	0,09871	0,10257	0,10642	0,11026	0,11409
0.3	0,11791	0,12172	0,12552	0,01293	0,13307	0,13683	0,14058	0,14431	0,14803	0,15173
0.4	0,15542	0,01591	0,16276	0,01664	0,17003	0,17364	0,17724	0,18082	0,18439	0,18793
0.5	0,19146	0,19497	0,19847	0,20194	0,02054	0,20884	0,21226	0,21566	0,21904	0,02224
0.6	0,22575	0,22907	0,23237	0,23565	0,23891	0,24215	0,24537	0,24857	0,25175	0,02549
0.7	0,25804	0,26115	0,26424	0,02673	0,27035	0,27337	0,27637	0,27935	0,02823	0,28524
0.8	0,28814	0,29103	0,29389	0,29673	0,29955	0,30234	0,30511	0,30785	0,31057	0,31327
0.9	0,31594	0,31859	0,32121	0,32381	0,32639	0,32894	0,33147	0,33398	0,33646	0,33891
1	0,34134	0,34375	0,34614	0,34849	0,35083	0,35314	0,35543	0,35769	0,35993	0,36214
1.1	0,36433	0,03665	0,36864	0,37076	0,37286	0,37493	0,37698	0,00379	0,00381	0,38298
1.2	0,38493	0,38686	0,38877	0,39065	0,39251	0,39435	0,39617	0,39796	0,39973	0,40147
1.3	0,04032	0,04049	0,40658	0,40824	0,40988	0,41149	0,41308	0,41466	0,41621	0,41774
1.4	0,41924	0,42073	0,04222	0,42364	0,42507	0,42647	0,42785	0,42922	0,43056	0,43189
1.5	0,43319	0,43448	0,43574	0,43699	0,43822	0,43943	0,44062	0,44179	0,44295	0,44408
1.6	0,04452	0,04463	0,44738	0,44845	0,04495	0,45053	0,45154	0,45254	0,45352	0,45449
1.7	0,45543	0,45637	0,45728	0,45818	0,45907	0,45994	0,04608	0,46164	0,46246	0,46327
1.8	0,46407	0,46485	0,46562	0,46638	0,46712	0,46784	0,46856	0,46926	0,46995	0,47062
1.9	0,47128	0,47193	0,47257	0,04732	0,47381	0,47441	0,00475	0,47558	0,47615	0,04767
2	0,47725	0,47778	0,47831	0,47882	0,47932	0,47982	0,04803	0,48077	0,48124	0,48169

Z = 0,75

TABELA Z POSITIVA



Universidade Estadual de Santa Cruz

Z	0.0	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0	0,00000	0,00399	0,00798	0,01197	0,01595	0,01994	0,02392	0,02791	0,03188	0,03586
0.1	0,03983	0,00438	0,04776	0,05172	0,05567	0,05962	0,06356	0,06749	0,07142	0,07535
0.2	0,07926	0,08317	0,08706	0,09095	0,09483	0,09871	0,10257	0,10642	0,11026	0,11409
0.3	0,11791	0,12172	0,12552	0,01293	0,13307	0,13683	0,14058	0,14431	0,14803	0,15173
0.4	0,15542	0,01591	0,16276	0,01664	0,17003	0,17364	0,17724	0,18082	0,18439	0,18793
0.5	0,19146	0,19497	0,19847	0,20194	0,02054	0,20884	0,21226	0,21566	0,21904	0,02224
0.6	0,22575	0,22907	0,23237	0,23565	0,23891	0,24215	0,24537	0,24857	0,25175	0,02549
0.7	0,25804	0,26115	0,26424	0,02673	0,27035	0,27337	0,27637	0,27935	0,02823	0,28524
0.8	0,28814	0,29103	0,29389	0,29673	0,29955	0,30234	0,30511	0,30785	0,31057	0,31327
0.9	0,31594	0,31859	0,32121	0,32381	0,32639	0,32894	0,33147	0,33398	0,33646	0,33891
1	0,34134	0,34375	0,34614	0,34849	0,35083	0,35314	0,35543	0,35769	0,35993	0,36214
1.1	0,36433	0,03665	0,36864	0,37076	0,37286	0,37493	0,37698	0,00379	0,00381	0,38298
1.2	0,38493	0,38686	0,38877	0,39065	0,39251	0,39435	0,39617	0,39796	0,39973	0,40147
1.3	0,04032	0,04049	0,40658	0,40824	0,40988	0,41149	0,41308	0,41466	0,41621	0,41774
1.4	0,41924	0,42073	0,04222	0,42364	0,42507	0,42647	0,42785	0,42922	0,43056	0,43189
1.5	0,43319	0,43448	0,43574	0,43699	0,43822	0,43943	0,44062	0,44179	0,44295	0,44408
1.6	0,04452	0,04463	0,44738	0,44845	0,04495	0,45053	0,45154	0,45254	0,45352	0,45449
1.7	0,45543	0,45637	0,45728	0,45818	0,45907	0,45994	0,04608	0,46164	0,46246	0,46327
1.8	0,46407	0,46485	0,46562	0,46638	0,46712	0,46784	0,46856	0,46926	0,46995	0,47062
1.9	0,47128	0,47193	0,47257	0,04732	0,47381	0,47441	0,00475	0,47558	0,47615	0,04767
2	0,47725	0,47778	0,47831	0,47882	0,47932	0,47982	0,04803	0,48077	0,48124	0,48169

Z = 0,75

TABELA Z POSITIVA



Universidade Estadual de Santa Cruz

Z	0.0	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0	0,00000	0,00399	0,00798	0,01197	0,01595	0,01994	0,02392	0,00279	0,03188	0,03586
0.1	0,03983	0,00438	0,04776	0,05172	0,05567	0,05962	0,06356	0,06749	0,07142	0,07535
0.2	0,07926	0,08317	0,08706	0,09095	0,09483	0,09871	0,10257	0,10642	0,11026	0,11409
0.3	0,11791	0,12172	0,12552	0,01293	0,13307	0,13683	0,14058	0,14431	0,14803	0,15173
0.4	0,15542	0,01591	0,16276	0,01664	0,17003	0,17364	0,17724	0,18082	0,18439	0,18793
0.5	0,19146	0,19497	0,19847	0,20194	0,02054	0,20884	0,21226	0,21566	0,21904	0,02224
0.6	0,22575	0,22907	0,23237	0,23565	0,23891	0,24215	0,24537	0,24857	0,25175	0,02549
0.7	0,25804	0,26115	0,26424	0,02673	0,27035	0,27337	0,27637	0,27935	0,02823	0,28524
0.8	0,28814	0,29103	0,29389	0,29673	0,29955	0,30234	0,30511	0,30785	0,31057	0,31327
0.9	0,31594	0,31859	0,32121	0,32381	0,32639	0,32894	0,33147	0,33398	0,33646	0,33891
1	0,34134	0,34375	0,34614	0,34849	0,35083	0,35314	0,35543	0,35769	0,35993	0,36214
1.1	0,36433	0,03665	0,36864	0,37076	0,37286	0,37493	0,37698	0,00379	0,00381	0,38298
1.2	0,38493	0,38686	0,38877	0,39065	0,39251	0,39435	0,39617	0,39796	0,39973	0,40147
1.3	0,04032	0,04049	0,40658	0,40824	0,40988	0,41149	0,41308	0,41466	0,41621	0,41774
1.4	0,41924	0,42073	0,04222	0,42364	0,42507	0,42647	0,42785	0,42922	0,43056	0,43189
1.5	0,43319	0,43448	0,43574	0,43699	0,43822	0,43943	0,44062	0,44179	0,44295	0,44408
1.6	0,04452	0,04463	0,44738	0,44845	0,04495	0,45053	0,45154	0,45254	0,45352	0,45449
1.7	0,45543	0,45637	0,45728	0,45818	0,45907	0,45994	0,04608	0,46164	0,46246	0,46327
1.8	0,46407	0,46485	0,46562	0,46638	0,46712	0,46784	0,46856	0,46926	0,46995	0,47062
1.9	0,47128	0,47193	0,47257	0,04732	0,47381	0,47441	0,00475	0,47558	0,47615	0,04767
2	0,47725	0,47778	0,47831	0,47882	0,47932	0,47982	0,04803	0,48077	0,48124	0,48169

Z = 0,75

TABELA Z POSITIVA



Universidade Estadual de Santa Cruz

Z	0.0	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0	0,00000	0,00399	0,00798	0,01197	0,01595	0,01994	0,02392	0,00279	0,03188	0,03586
0.1	0,03983	0,00438	0,04776	0,05172	0,05567	0,05962	0,06356	0,06749	0,07142	0,07535
0.2	0,07926	0,08317	0,08706	0,09095	0,09483	0,09871	0,10257	0,10642	0,11026	0,11409
0.3	0,11791	0,12172	0,12552	0,01293	0,13307	0,13683	0,14058	0,14431	0,14803	0,15173
0.4	0,15542	0,01591	0,16276	0,01664	0,17003	0,17364	0,17724	0,18082	0,18439	0,18793
0.5	0,19146	0,19497	0,19847	0,20194	0,02054	0,20884	0,21226	0,21566	0,21904	0,02224
0.6	0,22575	0,22907	0,23237	0,23565	0,23891	0,24215	0,24537	0,24857	0,25175	0,02549
0.7	0,25804	0,26115	0,26424	0,02673	0,27035	0,27337	0,27637	0,27935	0,02823	0,28524
0.8	0,28814	0,29103	0,29389	0,29673	0,29955	0,30234	0,30511	0,30785	0,31057	0,31327
0.9	0,31594	0,31859	0,32121	0,32381	0,32639	0,32894	0,33147	0,33398	0,33646	0,33891
1	0,34134	0,34375	0,34614	0,34849	0,35083	0,35314	0,35543	0,35769	0,35993	0,36214
1.1	0,36433	0,03665	0,36864	0,37076	0,37286	0,37493	0,37698	0,00379	0,00381	0,38298
1.2	0,38493	0,38686	0,38877	0,39065	0,39251	0,39435	0,39617	0,39796	0,39973	0,40147
1.3	0,04032	0,04049	0,40658	0,40824	0,40988	0,41149	0,41308	0,41466	0,41621	0,41774
1.4	0,41924	0,42073	0,04222	0,42364	0,42507	0,42647	0,42785	0,42922	0,43056	0,43189
1.5	0,43319	0,43448	0,43574	0,43699	0,43822	0,43943	0,44062	0,44179	0,44295	0,44408
1.6	0,04452	0,04463	0,44738	0,44845	0,04495	0,45053	0,45154	0,45254	0,45352	0,45449
1.7	0,45543	0,45637	0,45728	0,45818	0,45907	0,45994	0,04608	0,46164	0,46246	0,46327
1.8	0,46407	0,46485	0,46562	0,46638	0,46712	0,46784	0,46856	0,46926	0,46995	0,47062
1.9	0,47128	0,47193	0,47257	0,04732	0,47381	0,47441	0,00475	0,47558	0,47615	0,04767
2	0,47725	0,47778	0,47831	0,47882	0,47932	0,47982	0,04803	0,48077	0,48124	0,48169

Z = 0,75

TABELA Z POSITIVA



Universidade Estadual de Santa Cruz

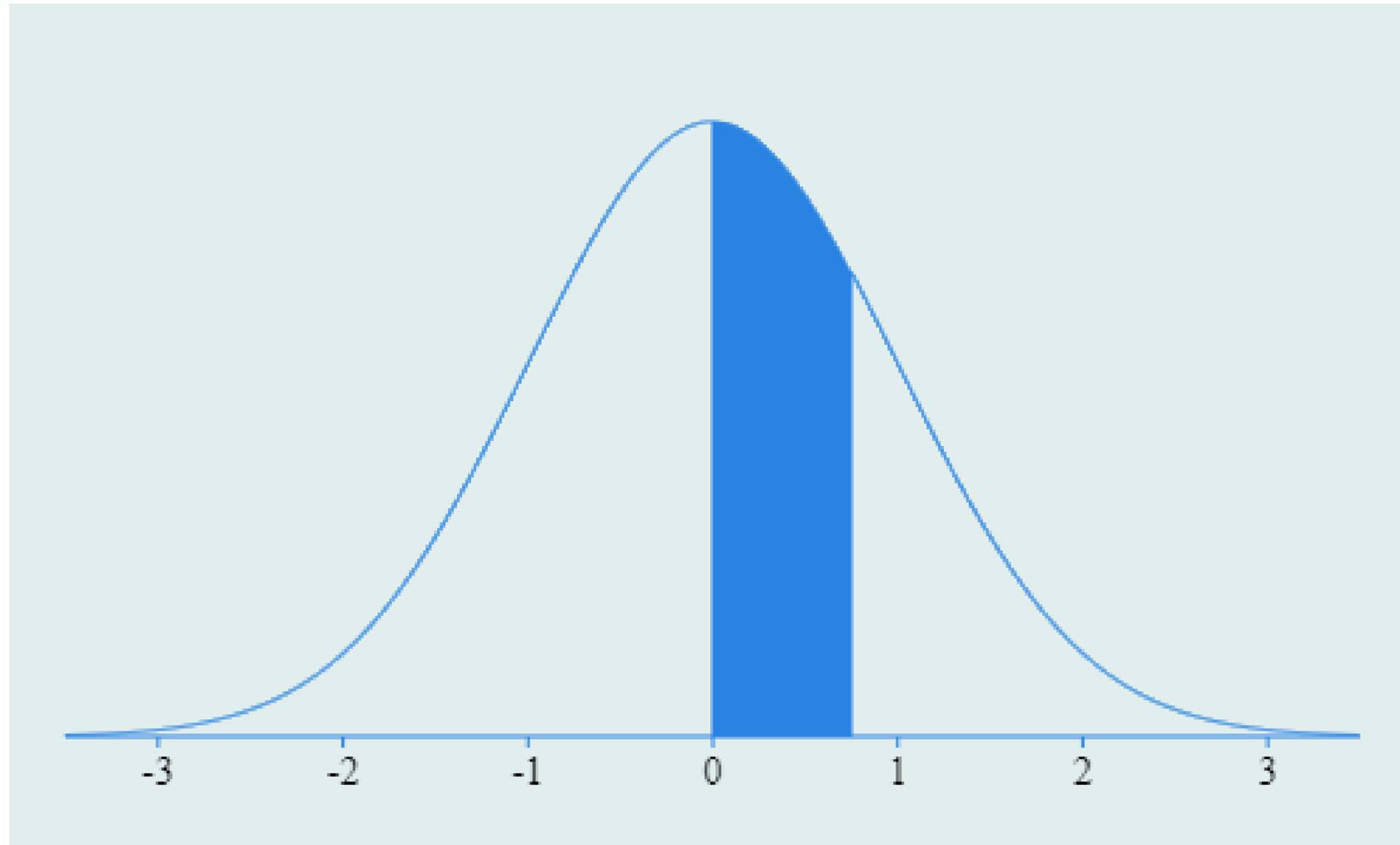


Gráfico que representa o valor de 27,34%;
Faixa **ENTRE** 0 e 0,75.



Universidade Estadual de Santa Cruz

Z	0.0	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0	0,50000	0,50399	0,50798	0,51197	0,51595	0,51994	0,52392	0,50279	0,53188	0,53586
0.1	0,53983	0,50438	0,54776	0,55172	0,55567	0,55962	0,56356	0,56749	0,57142	0,57535
0.2	0,57926	0,58317	0,58706	0,59095	0,59483	0,59871	0,60257	0,60642	0,61026	0,61409
0.3	0,61791	0,62172	0,62552	0,51293	0,63307	0,63683	0,64058	0,64431	0,64803	0,65173
0.4	0,65542	0,51591	0,66276	0,51664	0,67003	0,67364	0,67724	0,68082	0,68439	0,68793
0.5	0,69146	0,69497	0,69847	0,70194	0,52054	0,70884	0,71226	0,71566	0,71904	0,52224
0.6	0,72575	0,72907	0,73237	0,73565	0,73891	0,74215	0,74537	0,74857	0,75175	0,52549
0.7	0,75804	0,76115	0,76424	0,52673	0,77035	0,77337	0,77637	0,77935	0,52823	0,78524
0.8	0,78814	0,79103	0,79389	0,79673	0,79955	0,80234	0,80511	0,80785	0,81057	0,81327
0.9	0,81594	0,81859	0,82121	0,82381	0,82639	0,82894	0,83147	0,83398	0,83646	0,83891
1	0,84134	0,84375	0,84614	0,84849	0,85083	0,85314	0,85543	0,85769	0,85993	0,86214
1.1	0,86433	0,53665	0,86864	0,87076	0,87286	0,87493	0,87698	0,50379	0,50381	0,88298
1.2	0,88493	0,88686	0,88877	0,89065	0,89251	0,89435	0,89617	0,89796	0,89973	0,90147
1.3	0,54032	0,54049	0,90658	0,90824	0,90988	0,91149	0,91308	0,91466	0,91621	0,91774
1.4	0,91924	0,92073	0,54222	0,92364	0,92507	0,92647	0,92785	0,92922	0,93056	0,93189
1.5	0,93319	0,93448	0,93574	0,93699	0,93822	0,93943	0,94062	0,94179	0,94295	0,94408
1.6	0,54452	0,54463	0,94738	0,94845	0,54495	0,95053	0,95154	0,95254	0,95352	0,95449
1.7	0,95543	0,95637	0,95728	0,95818	0,95907	0,95994	0,54608	0,96164	0,96246	0,96327
1.8	0,96407	0,96485	0,96562	0,96638	0,96712	0,96784	0,96856	0,96926	0,96995	0,97062
1.9	0,97128	0,97193	0,97257	0,54732	0,97381	0,97441	0,50475	0,97558	0,97615	0,54767
2	0,97725	0,97778	0,97831	0,97882	0,97932	0,97982	0,54803	0,98077	0,98124	0,98169

Z = 0,75

TABELA Z POSITIVA



Universidade Estadual de Santa Cruz

Z	0.0	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0	0,50000	0,50399	0,50798	0,51197	0,51595	0,51994	0,52392	0,50279	0,53188	0,53586
0.1	0,53983	0,50438	0,54776	0,55172	0,55567	0,55962	0,56356	0,56749	0,57142	0,57535
0.2	0,57926	0,58317	0,58706	0,59095	0,59483	0,59871	0,60257	0,60642	0,61026	0,61409
0.3	0,61791	0,62172	0,62552	0,51293	0,63307	0,63683	0,64058	0,64431	0,64803	0,65173
0.4	0,65542	0,51591	0,66276	0,51664	0,67003	0,67364	0,67724	0,68082	0,68439	0,68793
0.5	0,69146	0,69497	0,69847	0,70194	0,52054	0,70884	0,71226	0,71566	0,71904	0,52224
0.6	0,72575	0,72907	0,73237	0,73565	0,73891	0,74215	0,74537	0,74857	0,75175	0,52549
0.7	0,75804	0,76115	0,76424	0,52673	0,77035	0,77337	0,77637	0,77935	0,52823	0,78524
0.8	0,78814	0,79103	0,79389	0,79673	0,79955	0,80234	0,80511	0,80785	0,81057	0,81327
0.9	0,81594	0,81859	0,82121	0,82381	0,82639	0,82894	0,83147	0,83398	0,83646	0,83891
1	0,84134	0,84375	0,84614	0,84849	0,85083	0,85314	0,85543	0,85769	0,85993	0,86214
1.1	0,86433	0,53665	0,86864	0,87076	0,87286	0,87493	0,87698	0,50379	0,50381	0,88298
1.2	0,88493	0,88686	0,88877	0,89065	0,89251	0,89435	0,89617	0,89796	0,89973	0,90147
1.3	0,54032	0,54049	0,90658	0,90824	0,90988	0,91149	0,91308	0,91466	0,91621	0,91774
1.4	0,91924	0,92073	0,54222	0,92364	0,92507	0,92647	0,92785	0,92922	0,93056	0,93189
1.5	0,93319	0,93448	0,93574	0,93699	0,93822	0,93943	0,94062	0,94179	0,94295	0,94408
1.6	0,54452	0,54463	0,94738	0,94845	0,54495	0,95053	0,95154	0,95254	0,95352	0,95449
1.7	0,95543	0,95637	0,95728	0,95818	0,95907	0,95994	0,54608	0,96164	0,96246	0,96327
1.8	0,96407	0,96485	0,96562	0,96638	0,96712	0,96784	0,96856	0,96926	0,96995	0,97062
1.9	0,97128	0,97193	0,97257	0,54732	0,97381	0,97441	0,50475	0,97558	0,97615	0,54767
2	0,97725	0,97778	0,97831	0,97882	0,97932	0,97982	0,54803	0,98077	0,98124	0,98169

Z = 0,75

TABELA Z POSITIVA



Universidade Estadual de Santa Cruz

Z	0.0	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0	0,50000	0,50399	0,50798	0,51197	0,51595	0,51994	0,52392	0,50279	0,53188	0,53586
0.1	0,53983	0,50438	0,54776	0,55172	0,55567	0,55962	0,56356	0,56749	0,57142	0,57535
0.2	0,57926	0,58317	0,58706	0,59095	0,59483	0,59871	0,60257	0,60642	0,61026	0,61409
0.3	0,61791	0,62172	0,62552	0,51293	0,63307	0,63683	0,64058	0,64431	0,64803	0,65173
0.4	0,65542	0,51591	0,66276	0,51664	0,67003	0,67364	0,67724	0,68082	0,68439	0,68793
0.5	0,69146	0,69497	0,69847	0,70194	0,52054	0,70884	0,71226	0,71566	0,71904	0,52224
0.6	0,72575	0,72907	0,73237	0,73565	0,73891	0,74215	0,74537	0,74857	0,75175	0,52549
0.7	0,75804	0,76115	0,76424	0,52673	0,77035	0,77337	0,77637	0,77935	0,52823	0,78524
0.8	0,78814	0,79103	0,79389	0,79673	0,79955	0,80234	0,80511	0,80785	0,81057	0,81327
0.9	0,81594	0,81859	0,82121	0,82381	0,82639	0,82894	0,83147	0,83398	0,83646	0,83891
1	0,84134	0,84375	0,84614	0,84849	0,85083	0,85314	0,85543	0,85769	0,85993	0,86214
1.1	0,86433	0,53665	0,86864	0,87076	0,87286	0,87493	0,87698	0,50379	0,50381	0,88298
1.2	0,88493	0,88686	0,88877	0,89065	0,89251	0,89435	0,89617	0,89796	0,89973	0,90147
1.3	0,54032	0,54049	0,90658	0,90824	0,90988	0,91149	0,91308	0,91466	0,91621	0,91774
1.4	0,91924	0,92073	0,54222	0,92364	0,92507	0,92647	0,92785	0,92922	0,93056	0,93189
1.5	0,93319	0,93448	0,93574	0,93699	0,93822	0,93943	0,94062	0,94179	0,94295	0,94408
1.6	0,54452	0,54463	0,94738	0,94845	0,54495	0,95053	0,95154	0,95254	0,95352	0,95449
1.7	0,95543	0,95637	0,95728	0,95818	0,95907	0,95994	0,54608	0,96164	0,96246	0,96327
1.8	0,96407	0,96485	0,96562	0,96638	0,96712	0,96784	0,96856	0,96926	0,96995	0,97062
1.9	0,97128	0,97193	0,97257	0,54732	0,97381	0,97441	0,50475	0,97558	0,97615	0,54767
2	0,97725	0,97778	0,97831	0,97882	0,97932	0,97982	0,54803	0,98077	0,98124	0,98169

Z = 0,75

TABELA Z POSITIVA



Universidade Estadual de Santa Cruz

Z	0.0	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0	0,50000	0,50399	0,50798	0,51197	0,51595	0,51994	0,52392	0,50279	0,53188	0,53586
0.1	0,53983	0,50438	0,54776	0,55172	0,55567	0,55962	0,56356	0,56749	0,57142	0,57535
0.2	0,57926	0,58317	0,58706	0,59095	0,59483	0,59871	0,60257	0,60642	0,61026	0,61409
0.3	0,61791	0,62172	0,62552	0,51293	0,63307	0,63683	0,64058	0,64431	0,64803	0,65173
0.4	0,65542	0,51591	0,66276	0,51664	0,67003	0,67364	0,67724	0,68082	0,68439	0,68793
0.5	0,69146	0,69497	0,69847	0,70194	0,52054	0,70884	0,71226	0,71566	0,71904	0,52224
0.6	0,72575	0,72907	0,73237	0,73565	0,73891	0,74215	0,74537	0,74857	0,75175	0,52549
0.7	0,75804	0,76115	0,76424	0,52673	0,77035	0,77337	0,77637	0,77935	0,52823	0,78524
0.8	0,78814	0,79103	0,79389	0,79673	0,79955	0,80234	0,80511	0,80785	0,81057	0,81327
0.9	0,81594	0,81859	0,82121	0,82381	0,82639	0,82894	0,83147	0,83398	0,83646	0,83891
1	0,84134	0,84375	0,84614	0,84849	0,85083	0,85314	0,85543	0,85769	0,85993	0,86214
1.1	0,86433	0,53665	0,86864	0,87076	0,87286	0,87493	0,87698	0,50379	0,50381	0,88298
1.2	0,88493	0,88686	0,88877	0,89065	0,89251	0,89435	0,89617	0,89796	0,89973	0,90147
1.3	0,54032	0,54049	0,90658	0,90824	0,90988	0,91149	0,91308	0,91466	0,91621	0,91774
1.4	0,91924	0,92073	0,54222	0,92364	0,92507	0,92647	0,92785	0,92922	0,93056	0,93189
1.5	0,93319	0,93448	0,93574	0,93699	0,93822	0,93943	0,94062	0,94179	0,94295	0,94408
1.6	0,54452	0,54463	0,94738	0,94845	0,54495	0,95053	0,95154	0,95254	0,95352	0,95449
1.7	0,95543	0,95637	0,95728	0,95818	0,95907	0,95994	0,54608	0,96164	0,96246	0,96327
1.8	0,96407	0,96485	0,96562	0,96638	0,96712	0,96784	0,96856	0,96926	0,96995	0,97062
1.9	0,97128	0,97193	0,97257	0,54732	0,97381	0,97441	0,50475	0,97558	0,97615	0,54767
2	0,97725	0,97778	0,97831	0,97882	0,97932	0,97982	0,54803	0,98077	0,98124	0,98169

Z = 0,75

TABELA Z POSITIVA



Universidade Estadual de Santa Cruz

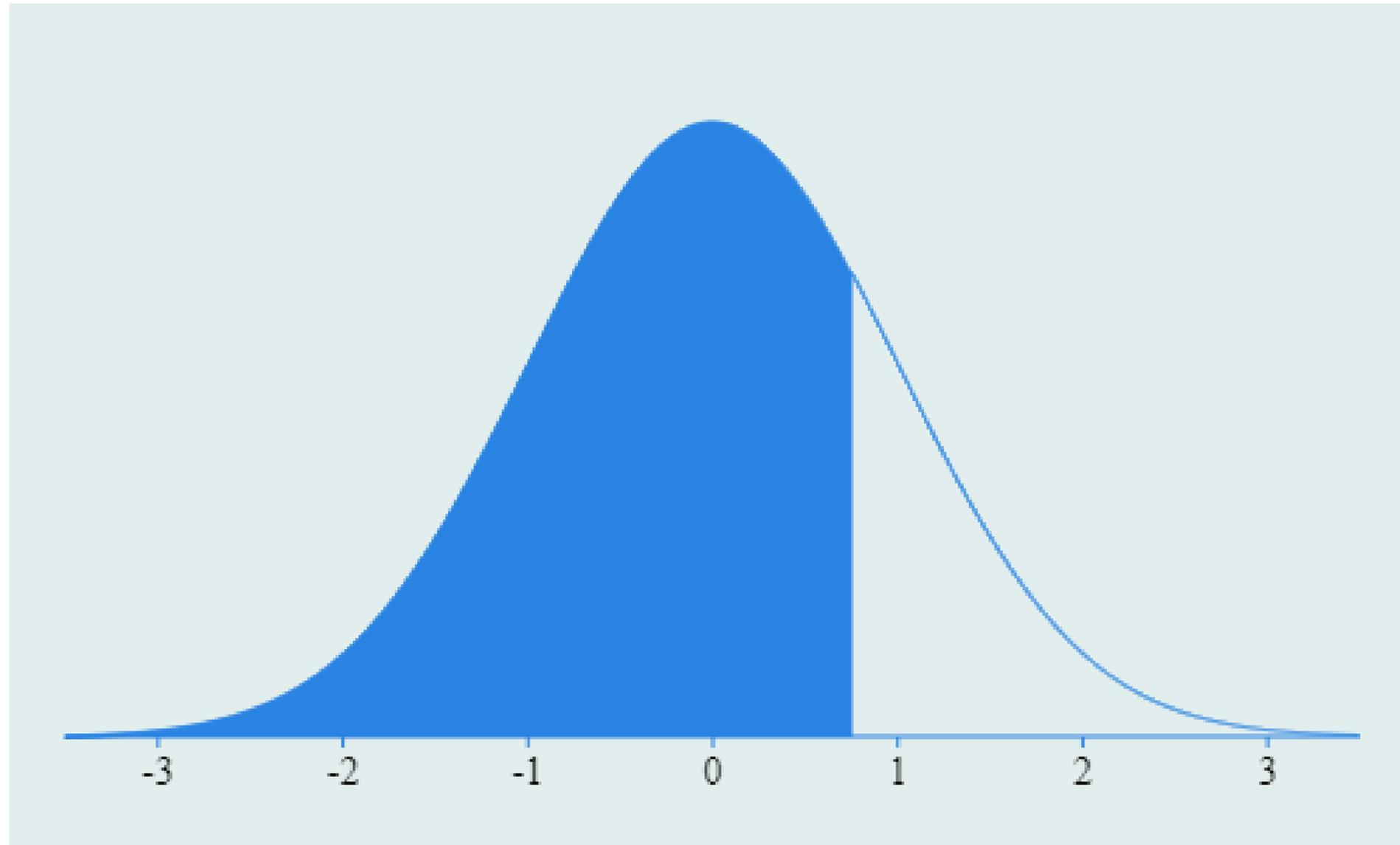


Gráfico que representa o valor de 77,34%;
Toda a faixa **ESQUERDA** ao 0,75.



Universidade Estadual de Santa Cruz

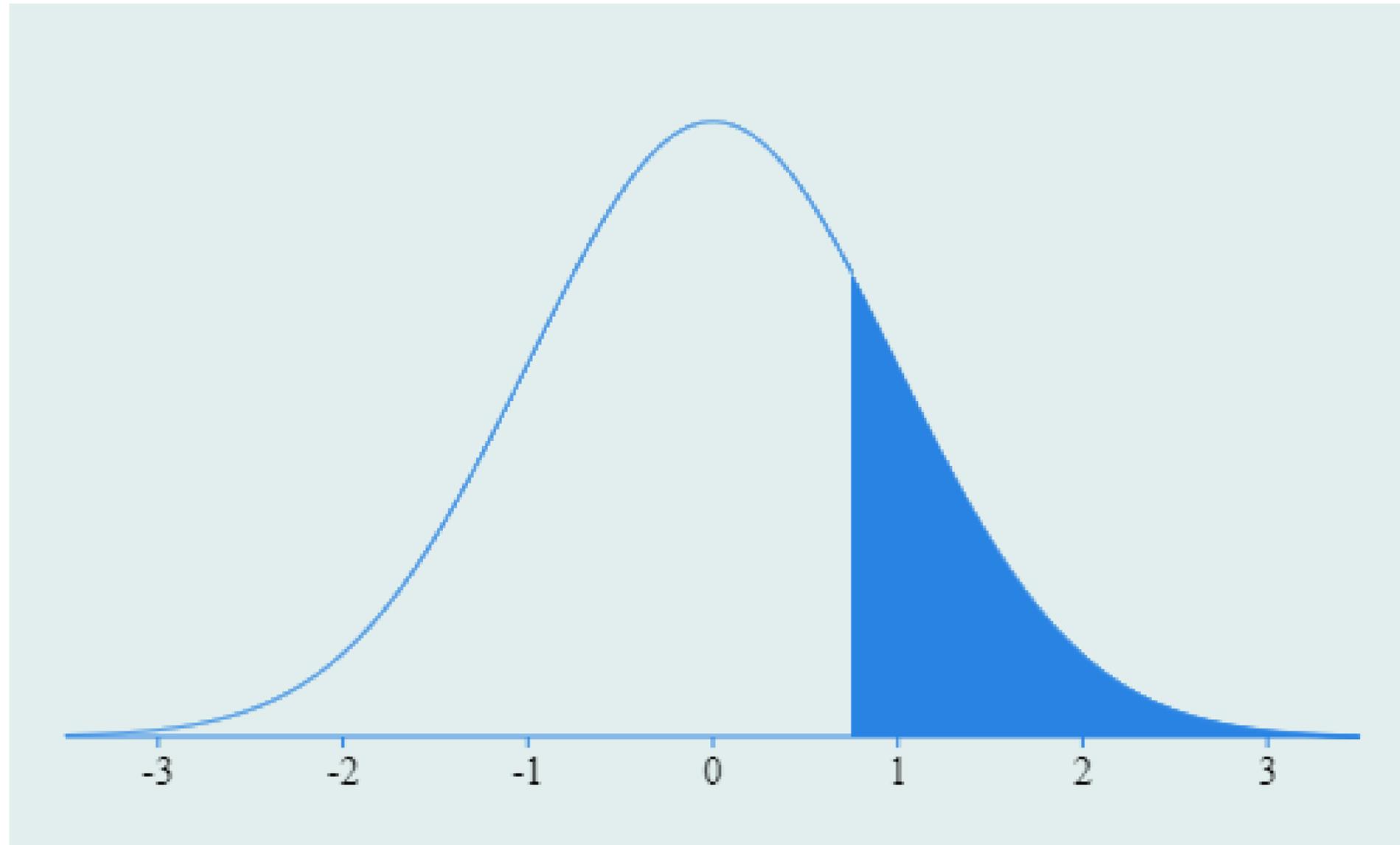


Gráfico que representa o valor de $100\% - 77,34\% = 22,66\%$
Toda a faixa **DIREITA** ao 0,75.



Universidade Estadual de Santa Cruz

Z	0.09	0.08	0.07	0.06	0.05	0.04	0.03	0.02	0.01	0.0
-2.0	0,0183	0,0188	0,0192	0,0197	0,0202	0,0207	0,0212	0,0217	0,0222	0,0228
-1.9	0,0233	0,0239	0,0244	0,0250	0,0256	0,0262	0,0268	0,0274	0,0281	0,0287
-1.8	0,0294	0,0301	0,0307	0,0314	0,0322	0,0329	0,0336	0,0344	0,0351	0,0359
-1.7	0,0367	0,0375	0,0384	0,0392	0,0401	0,0409	0,0418	0,0427	0,0436	0,0446
-1.6	0,0455	0,0465	0,0475	0,0485	0,0495	0,0505	0,0516	0,0526	0,0537	0,0548
-1.5	0,0559	0,0571	0,0582	0,0594	0,0606	0,0618	0,0630	0,0643	0,0655	0,0668
-1.4	0,0681	0,0694	0,0708	0,0721	0,0735	0,0749	0,0764	0,0778	0,0793	0,0808
-1.3	0,0823	0,0838	0,0853	0,0869	0,0885	0,0901	0,0918	0,0934	0,0951	0,0968
-1.2	0,0985	0,1003	0,1020	0,1038	0,1056	0,1075	0,1093	0,1112	0,1131	0,1151
-1.1	0,1170	0,1190	0,1210	0,1230	0,1251	0,1271	0,1292	0,1314	0,1335	0,1357
-1.0	0,1379	0,1401	0,1423	0,1446	0,1469	0,1492	0,1515	0,1539	0,1562	0,1587
-0.9	0,1611	0,1635	0,1660	0,1685	0,1711	0,1736	0,1762	0,1788	0,1814	0,1841
-0.8	0,1867	0,1894	0,1922	0,1949	0,1977	0,2005	0,2033	0,2061	0,2090	0,2119
-0.7	0,2148	0,2177	0,2206	0,2236	0,2266	0,2296	0,2327	0,2358	0,2389	0,2420
-0.6	0,2451	0,2483	0,2514	0,2546	0,2578	0,2611	0,2643	0,2676	0,2709	0,2743
-0.5	0,2776	0,2810	0,2843	0,2877	0,2912	0,2946	0,2981	0,3015	0,3050	0,3085
-0.4	0,3121	0,3156	0,3192	0,3228	0,3264	0,3300	0,3336	0,3372	0,3409	0,3446
-0.3	0,3483	0,3520	0,3557	0,3594	0,3632	0,3669	0,3707	0,3745	0,3783	0,3821
-0.2	0,3829	0,3897	0,3936	0,3974	0,4013	0,4052	0,4090	0,4129	0,4168	0,4207
-0.1	0,4247	0,4286	0,4325	0,4364	0,4404	0,4443	0,4483	0,4522	0,4562	0,4602
0.0	0,4641	0,4681	0,4721	0,4761	0,4801	0,4840	0,4880	0,4920	0,4960	0,5000

TABELA Z NEGATIVA



Universidade Estadual de Santa Cruz

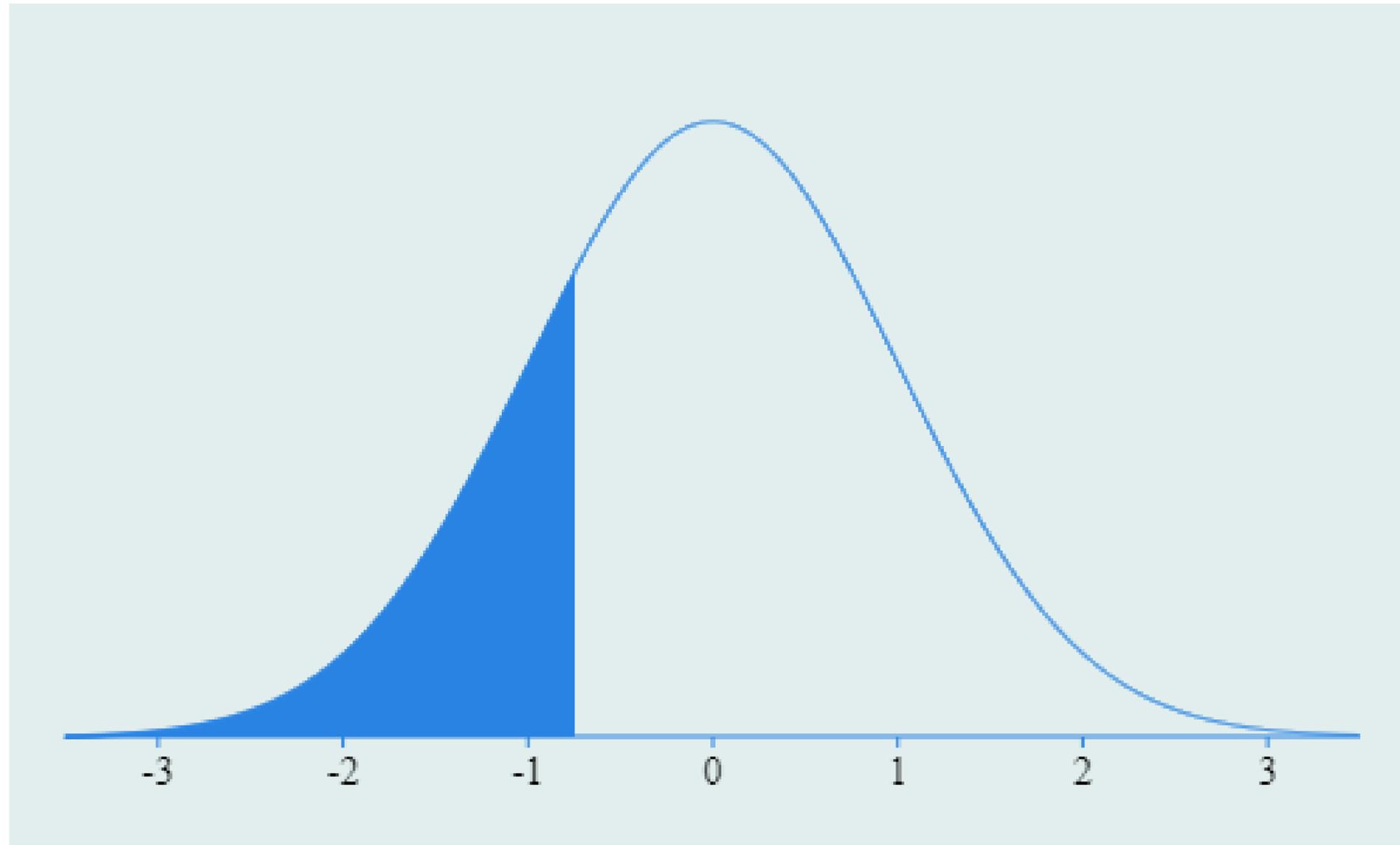
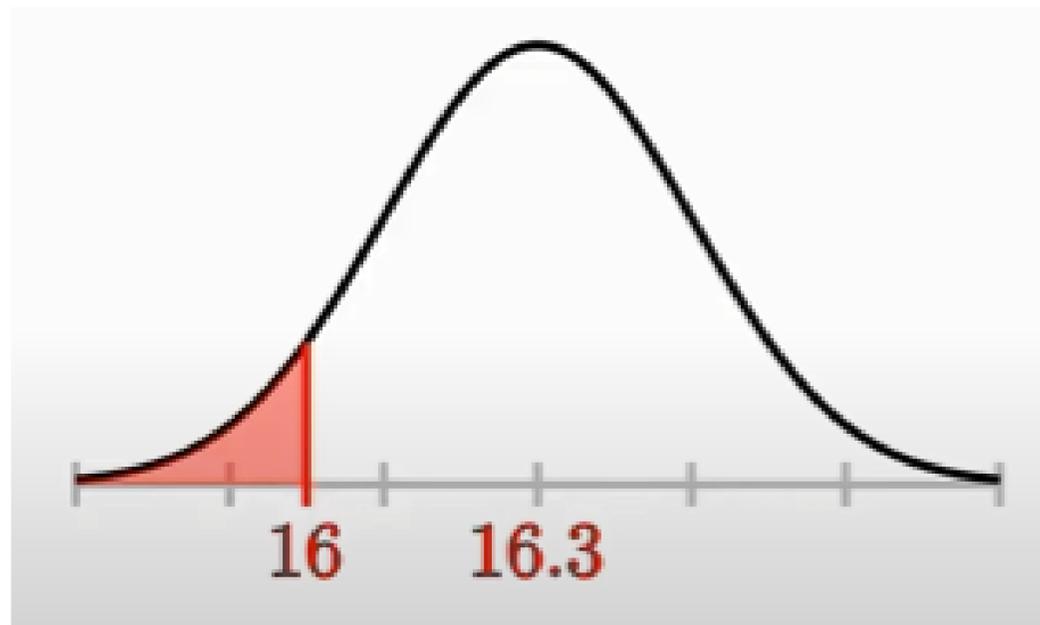


Gráfico que representa o valor de 22,66%
Toda a faixa **ESQUERDA** ao 0,75.



Exemplo

Imagine que sua pizzaria favorita diz que o tamanho da pizza é de no mínimo 16 centímetros de raio, ou, ela sai de graça. E você sabe que a pizza deles segue uma distribuição normal com $\mu = 16,3$ cm, $\sigma = 0,2$ cm. **Qual a chance de conseguir uma pizza gratuita?** E uma com mais de 16,5 cm de raio? E uma entre 15,95 e 16,63?

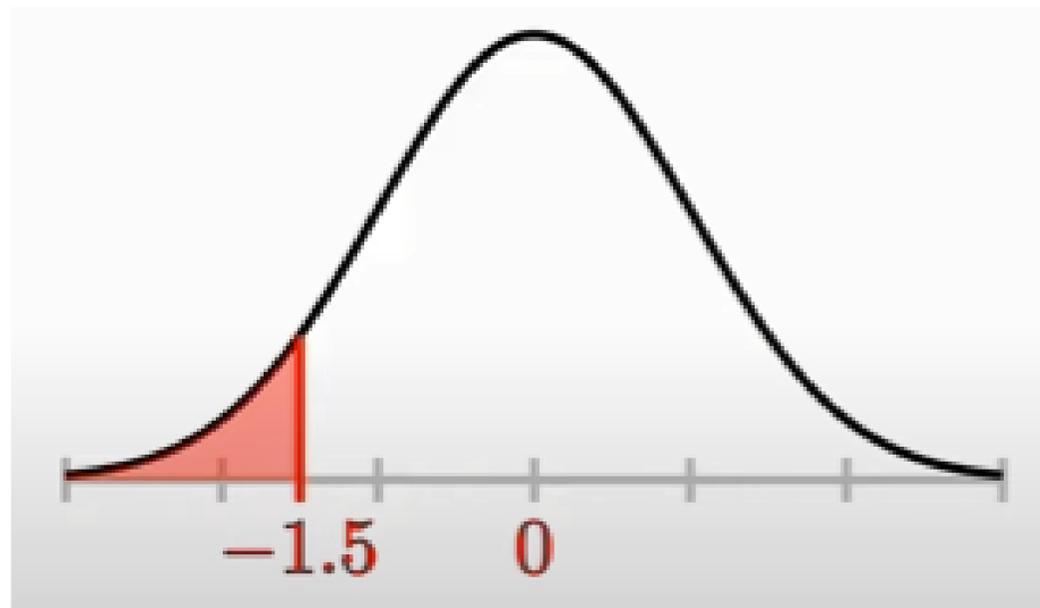


$$z = \frac{x - \mu}{\sigma} = \frac{16 - 16.3}{0.2} = \frac{-0.3}{0.2} = -1.5$$



Exemplo

Imagine que sua pizzaria favorita diz que o tamanho da pizza é de no mínimo 16 centímetros de raio, ou, ela sai de graça. E você sabe que a pizza deles segue uma distribuição normal com $\mu = 16,3$ cm, $\sigma = 0,2$ cm. **Qual a chance de conseguir uma pizza gratuita?** E uma com mais de 16,5 cm de raio? E uma entre 15,95 e 16,63?



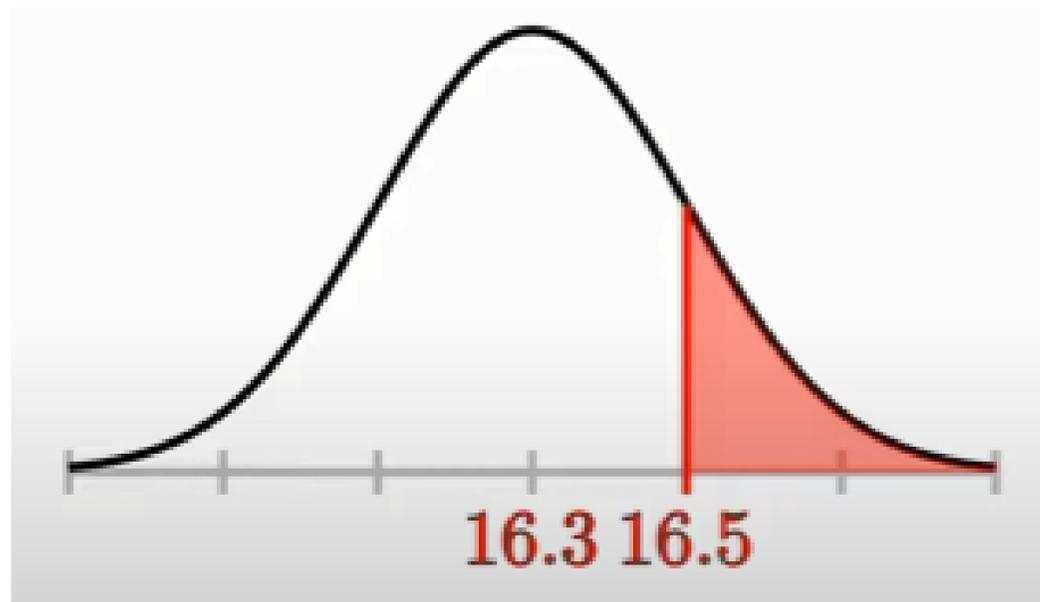
$$P(X < 16) \\ \Downarrow \\ P(Z < -1.5)$$

$$\Rightarrow \boxed{P(Z < -1.5) = 0.0668}$$



Exemplo

Imagine que sua pizzaria favorita diz que o tamanho da pizza é de no mínimo 16 centímetros de raio, ou, ela sai de graça. E você sabe que a pizza deles segue uma distribuição normal com $\mu = 16,3$ cm, $\sigma = 0,2$ cm. Qual a chance de conseguir uma pizza gratuita? **E uma com mais de 16,5 cm de raio?** E uma entre 15,95 e 16,63?

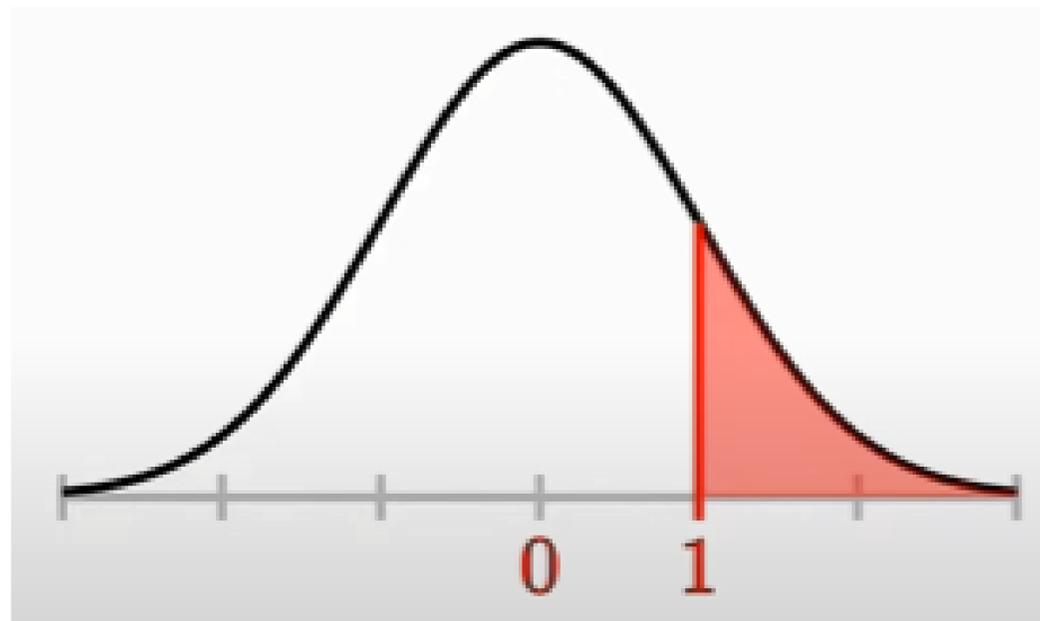


$$z = \frac{x - \mu}{\sigma} = \frac{16.5 - 16.3}{0.2} = \frac{0.2}{0.2} = 1$$



Exemplo

Imagine que sua pizzaria favorita diz que o tamanho da pizza é de no mínimo 16 centímetros de raio, ou, ela sai de graça. E você sabe que a pizza deles segue uma distribuição normal com $\mu = 16,3$ cm, $\sigma = 0,2$ cm. Qual a chance de conseguir uma pizza gratuita? **E uma com mais de 16,5 cm de raio?** E uma entre 15,95 e 16,63?



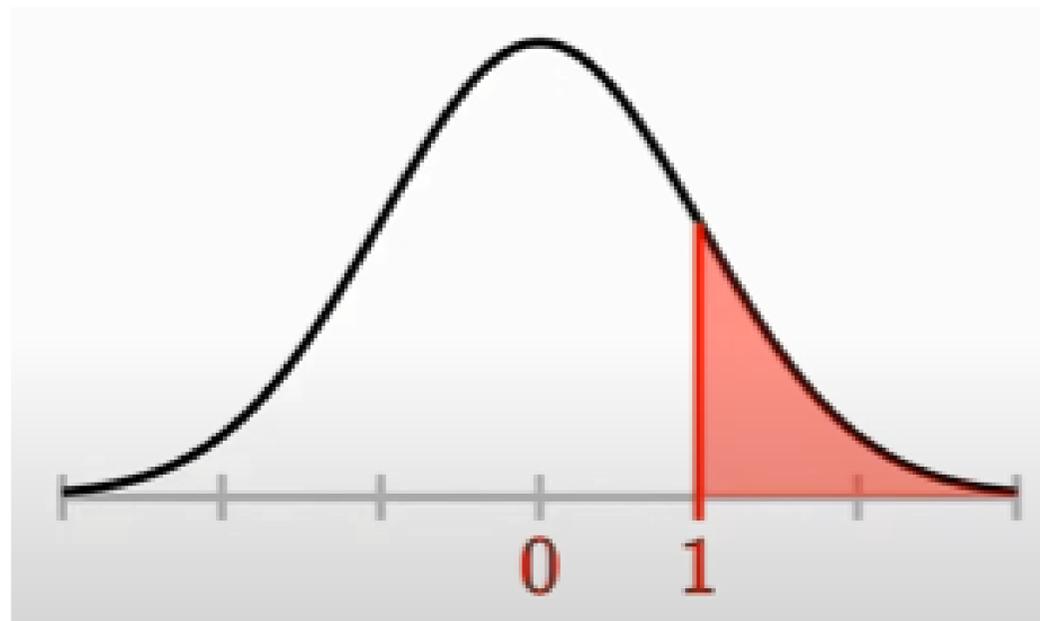
$$P(X < 16)$$
$$P(X > 16.5)$$
$$\Downarrow$$
$$P(Z > 1)$$

<i>z</i>	<i>.00</i>	<i>.01</i>	<i>.02</i>	<i>.03</i>	<i>.04</i>
0.0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160
0.1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557
0.2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948
0.3	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331
0.4	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700
0.5	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054
0.6	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389
0.7	.7580	.7611	.7642	.7673	.7704
0.8	.7881	.7910	.7939	.7967	.7995
0.9	.8159	.8186	.8212	.8238	.8264
1.0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508
1.1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729
1.2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925



Exemplo

Imagine que sua pizzaria favorita diz que o tamanho da pizza é de no mínimo 16 centímetros de raio, ou, ela sai de graça. E você sabe que a pizza deles segue uma distribuição normal com $\mu = 16,3$ cm, $\sigma = 0,2$ cm. Qual a chance de conseguir uma pizza gratuita? **E uma com mais de 16,5 cm de raio?** E uma entre 15,95 e 16,63?



<i>z</i>	.00	.01	.02	.03	.04
0.0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160
0.1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557
0.2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948
0.3	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331
0.4	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700
0.5	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054
0.6	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389
0.7	.7580	.7611	.7642	.7673	.7704
0.8	.7881	.7910	.7939	.7967	.7995
0.9	.8159	.8186	.8212	.8238	.8264
1.0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508
1.1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729
1.2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925

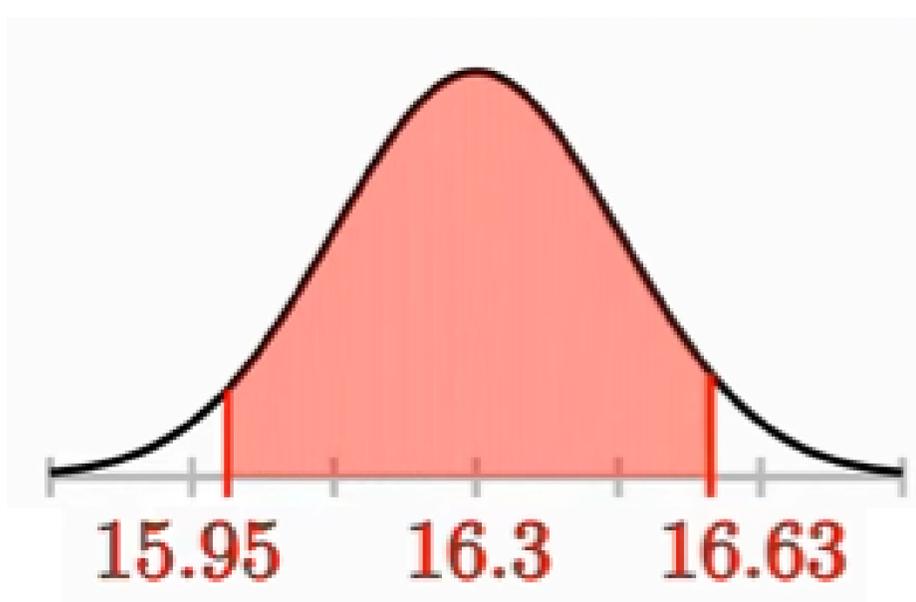
$$= 1 - .8413 =$$

$$P(Z > 1) = 0.1587$$



Exemplo

Imagine que sua pizzaria favorita diz que o tamanho da pizza é de no mínimo 16 centímetros de raio, ou, ela sai de graça. E você sabe que a pizza deles segue uma distribuição normal com $\mu = 16,3$ cm, $\sigma = 0,2$ cm. Qual a chance de conseguir uma pizza gratuita? E uma com mais de 16,5 cm de raio? **E uma entre 15,95 e 16,63?**



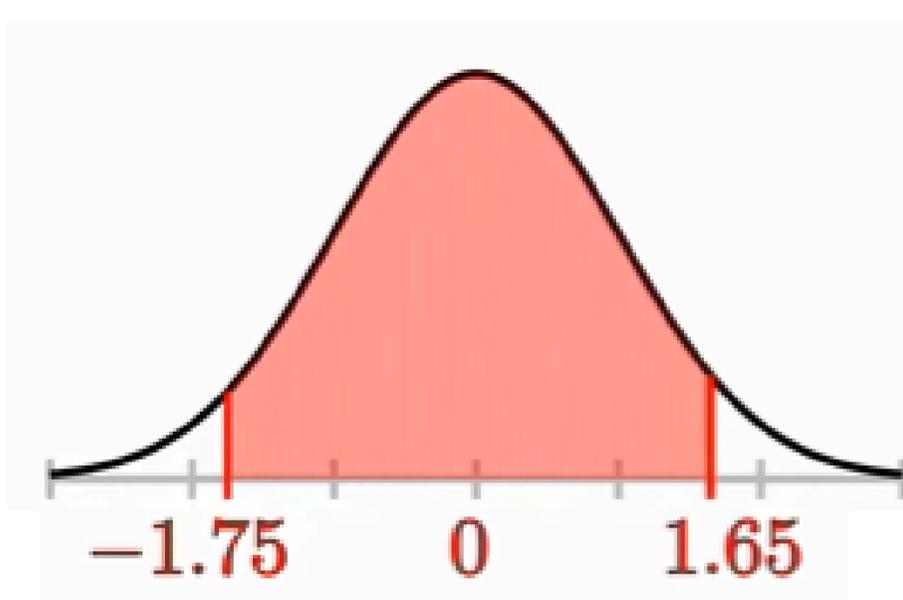
$$z = \frac{x - \mu}{\sigma} = \frac{15.95 - 16.3}{0.2} = \frac{-0.35}{0.2} = -1.75$$

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma} = \frac{16.63 - 16.3}{0.2} = \frac{0.33}{0.2} = 1.65$$



Exemplo

Imagine que sua pizzaria favorita diz que o tamanho da pizza é de no mínimo 16 centímetros de raio, ou, ela sai de graça. E você sabe que a pizza deles segue uma distribuição normal com $\mu = 16,3$ cm, $\sigma = 0,2$ cm. Qual a chance de conseguir uma pizza gratuita? E uma com mais de 16,5 cm de raio? **E uma entre 15,95 e 16,63?**

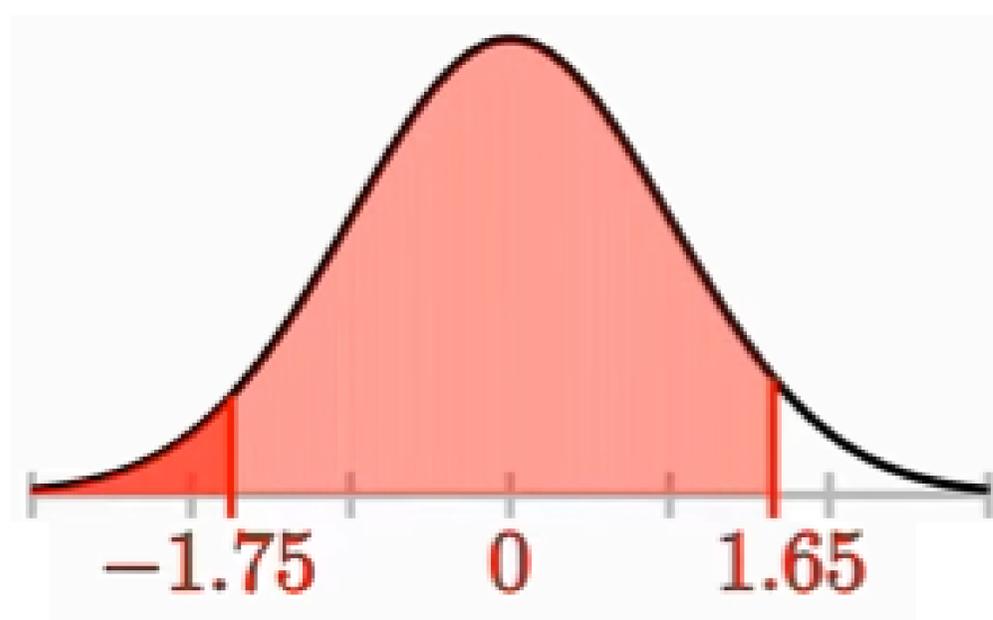


$$P(15.95 < X < 16.63)$$
$$\Downarrow$$
$$P(-1.75 < Z < 1.65)$$



Exemplo

Imagine que sua pizzaria favorita diz que o tamanho da pizza é de no mínimo 16 centímetros de raio, ou, ela sai de graça. E você sabe que a pizza deles segue uma distribuição normal com $\mu = 16,3$ cm, $\sigma = 0,2$ cm. Qual a chance de conseguir uma pizza gratuita? E uma com mais de 16,5 cm de raio? **E uma entre 15,95 e 16,63?**



$$P(15.95 < X < 16.63)$$



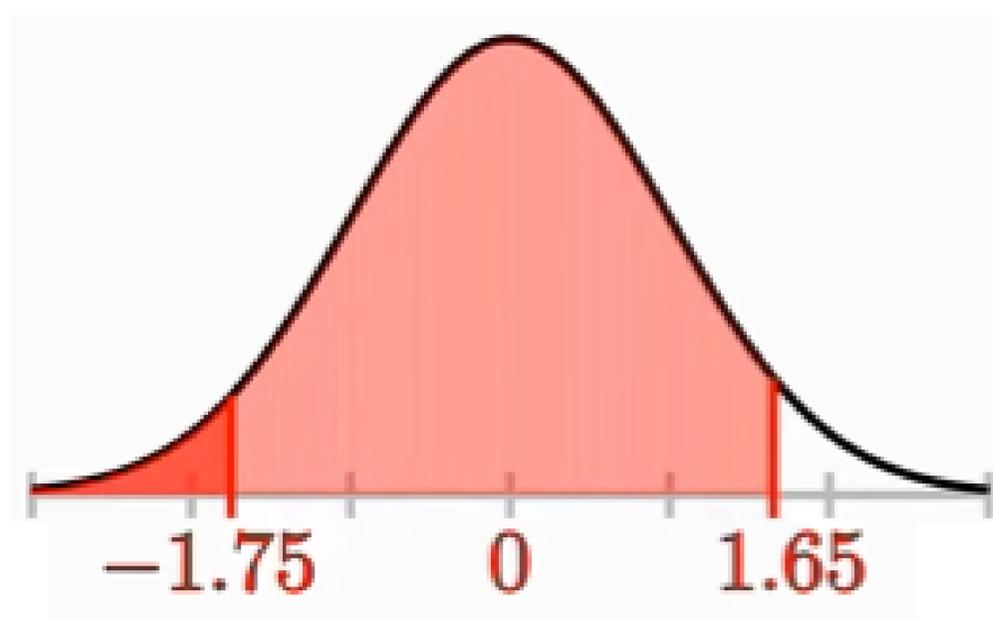
$$P(-1.75 < Z < 1.65)$$

z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06
0.0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239
0.1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636
0.2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026
0.3	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406
0.4	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772
0.5	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054	.7088	.7123
0.6	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389	.7422	.7454
0.7	.7580	.7611	.7642	.7673	.7704	.7734	.7764
0.8	.7881	.7910	.7939	.7967	.7995	.8023	.8051
0.9	.8159	.8186	.8212	.8238	.8264	.8289	.8315
1.0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508	.8531	.8554
1.1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729	.8749	.8770
1.2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962
1.3	.9032	.9049	.9066	.9082	.9099	.9115	.9131
1.4	.9192	.9207	.9222	.9236	.9251	.9265	.9279
1.5	.9332	.9345	.9357	.9370	.9382	.9394	.9406
1.6	.9452	.9463	.9474	.9484	.9495	.9505	.9515
1.7	.9554	.9564	.9573	.9582	.9591	.9599	.9608
1.8	.9641	.9649	.9656	.9664	.9671	.9678	.9686



Exemplo

Imagine que sua pizzaria favorita diz que o tamanho da pizza é de no mínimo 16 centímetros de raio, ou, ela sai de graça. E você sabe que a pizza deles segue uma distribuição normal com $\mu = 16,3$ cm, $\sigma = 0,2$ cm. Qual a chance de conseguir uma pizza gratuita? E uma com mais de 16,5 cm de raio? **E uma entre 15,95 e 16,63?**



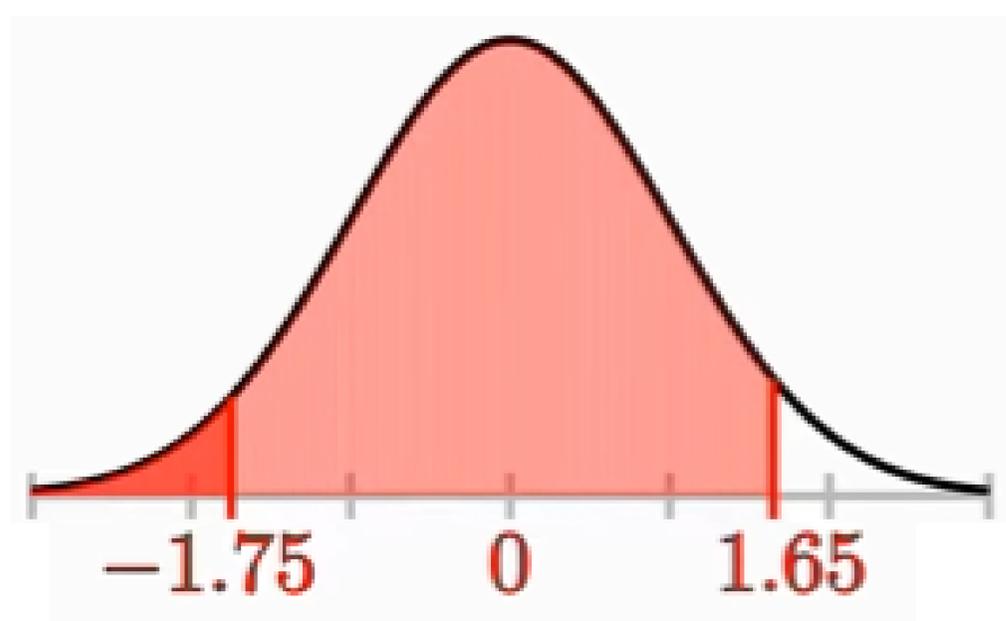
$$P(15.95 < X < 16.63)$$
$$\Downarrow$$
$$P(-1.75 < Z < 1.65)$$

z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06
-1.8	.0359	.0351	.0344	.0336	.0329	.0322	.0314
-1.7	.0446	.0436	.0427	.0418	.0409	.0401	.0392
-1.6	.0548	.0537	.0526	.0516	.0505	.0495	.0485
-1.5	.0668	.0655	.0643	.0630	.0618	.0606	.0594
-1.4	.0808	.0793	.0778	.0764	.0749	.0735	.0721
-1.3	.0968	.0951	.0934	.0918	.0901	.0885	.0869
-1.2	.1151	.1131	.1112	.1093	.1075	.1056	.1038
-1.1	.1357	.1335	.1314	.1292	.1271	.1251	.1230
-1.0	.1587	.1562	.1539	.1515	.1492	.1469	.1446
-0.9	.1841	.1814	.1788	.1762	.1736	.1711	.1685
-0.8	.2119	.2090	.2061	.2033	.2005	.1977	.1949
-0.7	.2420	.2389	.2358	.2327	.2296	.2266	.2236
-0.6	.2743	.2709	.2676	.2643	.2611	.2578	.2546
-0.5	.3085	.3050	.3015	.2981	.2946	.2912	.2877
-0.4	.3446	.3409	.3372	.3336	.3300	.3264	.3228
-0.3	.3821	.3783	.3745	.3707	.3669	.3632	.3594
-0.2	.4207	.4168	.4129	.4090	.4052	.4013	.3974
-0.1	.4602	.4562	.4522	.4483	.4443	.4404	.4364
-0.0	.5000	.4960	.4920	.4880	.4840	.4801	.4761



Exemplo

Imagine que sua pizzaria favorita diz que o tamanho da pizza é de no mínimo 16 centímetros de raio, ou, ela sai de graça. E você sabe que a pizza deles segue uma distribuição normal com $\mu = 16,3$ cm, $\sigma = 0,2$ cm. Qual a chance de conseguir uma pizza gratuita? E uma com mais de 16,5 cm de raio? **E uma entre 15,95 e 16,63?**



$$P(-1.75 < Z < 1.65) = 0.9505 - 0.0401$$



$$P(-1.75 < Z < 1.65) = 0.9104$$



Universidade Estadual de Santa Cruz

Referências

- ▶ FARIA, José C. Notas de aulas expandidas
- ▶ https://pt.wikipedia.org/wiki/Tabuleiro_de_Galton
- ▶ Slides dos semestres anteriores.
- ▶ <https://www.inf.ufsc.br/~andre.zibetti/probabilidade/normal.html>